

ВІДГУК
офіційного опонента
на дисертацію Кузя Антона Мирославовича
, „Задачі з інтегральними умовами за часовою змінною
для еволюційних рівнянь”,
подану до захисту на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Математичне моделювання багатьох фізичних та біологічних процесів призводить до задач із нелокальними (у тому числі – інтегральними) умовами для рівнянь та систем рівнянь із частинними похідними. Інтегральні умови виникають у випадках, коли межа області є недоступною для проведення вимірювань або неможливо безпосередньо обчислити певні фізичні величини, однак відомі їхні усереднені значення. Також їх використовують як умови перевизначення при дослідженні деяких обернених задач математичної фізики.

Дослідженню задач з інтегральними умовами для рівнянь із частинними похідними присвячено багато робіт. Серед них варто відзначити праці В. М. Борок, Д. Г. Гордезіані, М. І. Іванчова, П. І. Каленюка, В. М. Кирилича, З. О. Мельника, А. М. Нахушева, І. Д. Пукальського, Л. С. Пулькіної, І. В. Тіхонова, О. А. Самарського, A. Bouziani, J. R. Cannon та іх учнів.

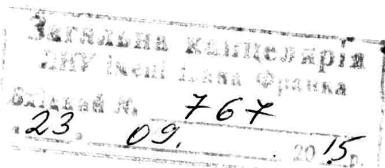
Для еволюційних рівнянь задачі з інтегральними умовами за часовою змінною, взагалі кажучи, є некоректними. Для однозначності розв'язності таких задач на шуканий розв'язок накладають певні додаткові умови за просторовими змінними або розв'язок шукається у вузьких просторах функцій. Часто питання існування розв'язків цих задач пов'язане з проблемою малих знаменників, для розв'язання якої зручно використовувати метричний підхід. У школі Б. Й. Пташника, використовуючи метричний підхід до оцінок знизу малих знаменників, встановлено коректність задач з інтегральними умовами за виділеною змінною для лінійних і квазілінійних гіперболічних та безтипних диференціальних рівнянь і систем рівнянь зі сталими та змінними коефіцієнтами.

У рецензованій дисертаційній роботі для окремих класів еволюційних рівнянь досліджуються задачі з інтегральними умовами за часовою змінною, що збуруні доданками, які містять значення шуканої функції та її похідних в одній, двох чи багатьох точках часового проміжку. Дослідження коректності та вивчення властивостей розв'язків таких задач є актуальною проблемою.

Дисертація А. М. Кузя складається з переліку основних умовних позначень, вступу, п'яти розділів, висновків та списку використаної літератури, який містить 132 найменування. Дисертація викладена на 154 сторінках.

У дисертаційній роботі А. М. Кузя отримано такі нові результати:

1. Встановлено однозначну розв'язність задач з умовами за часовою змінною, що містять інтеграли у вигляді моментів від шуканої функції та значення шуканої функції та її похідних парного порядку у кінцевих точках часового інтервалу, для гіперболічних рівнянь та систем рівнянь зі сталими коефіцієнтами.



2. Встановлено коректність задач з умовами за часовою змінною, частинними випадками яких є інтегральні умови у вигляді моментів або початкові (чи багатоточкові) умови, для параболічних рівнянь і систем рівнянь зі сталими та змінними коефіцієнтами.
3. Знайдено умови існування, єдності та неперервної залежності від вихідних даних розв'язків задач з інтегральними умовами за часовою змінною, що збурені доданками, які містять значення шуканої функції та її похідних довільного порядку у кінцевих точках часового інтервалу, для рівнянь, не розв'язаних відносно старшої похідної за часом.
4. Встановлено коректність задачі з умовою за часовою змінною, частинними випадками якої є інтегральна умова або нелокальна доточкова крайова умова, для рівняння мішаного параболо-гіперболічного типу другого порядку.
5. Побудовано явні формули для розв'язків задач у вигляді рядів.
6. Доведено метричні теореми про оцінки знизу малих знаменників, що виникли при побудові розв'язків досліджуваних задач.

Автор дисертації досліджує розв'язність цих задач у класі функцій, майже періодичних за просторовими змінними зі заданим спектром, підкласом якого є періодичні функції. Тому його результати частково узагальнюють результати отримані у роботах М. М. Симотюка та О. М. Медвідь, де розглядалися задачі з інтегральними умовами за часовою змінною у вигляді послідовних моментів від шуканої функції у класі 2π -періодичних за просторовими змінними функцій.

Під час проведення дисертаційних досліджень А. М. Кузь подолав ряд труднощів, пов'язаних з конструктивною побудовою розв'язків задач, розглядуваних у дисертації, аналізом збіжності рядів, у вигляді яких зображуються ці розв'язки, та з оцінюванням знизу малих знаменників, які у багатьох випадках мають складну структуру.

Дисертаційна робота А. М. Кузя написана чітко, послідовно та на високому науковому рівні. Отимані у дисертації результати є достовірними та обґрунтованими. У ній міститься акуратні доведення сформульованих теорем.

Усі результати дисертації є новими, достатньо повно опублікованими в 7 статтях у фахових наукових журналах з математики, з яких 3 статті – у виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз. Отимані результати були апробовані на 10 наукових конференціях.

Автореферат повністю і правильно відображає зміст дисертації.

Слід зауважити однак, що рецензована дисертаційна робота не позбавлена деяких недоліків.

- ◆ В огляді літератури можна було б висвітлити праці, що стосуються задач з інтегральними умовами для звичайних диференціальних рівнянь та систем рівнянь.
- ◆ У розділі 2 було б доцільно дати класичне визначення майже періодичної функції, використовуючи, так звані, майже періоди, після чого пояснити, що кожній майже періодичній функції можна поставити у відповідність ряд Фур'є.

- ◆ У дисертації розглядаються інтегральні умови зі степеневими ваговими функціями. Які інші функції можна вибрати в якості вагових?
- ◆ У дисертації досліджуються задачі для лінійних однорідних рівнянь та систем рівнянь, за винятком підрозділу 3.1, де розглядається задача для неоднорідного рівняння типу Клейна-Гордона. Чи можна використати запропоновану автором методику для дослідження відповідних задач для лінійних неоднорідних рівнянь?
- ◆ У підрозділі 3.2 досліджується задача з інтегральними умовами, що збуруні доданками, які містять значення шуканої функції та її похідних парного порядку в крайніх точках часового проміжку. Чому порядок похідних у цих умовах саме парний? Варто зауважити, чи можна провести подібні дослідження у випадку умов більш загального вигляду.
- ◆ У підрозділі 3.3 досліджується задача для лінійної гіперболічної системи рівнянь високого порядку, проте всі похідні шуканих функцій мають порядок $2n$. Варто зауважити, чи можна розглянути систему рівнянь, яка б включала молодші похідні шуканих функцій.
- ◆ У дисертаційній роботі присутні ряд дрібних описок на сторінках 12, 13, 21, 23, 27, 30, 35, 37, 48, 66, 112 та інших.

Однак, ці недоліки не мають принципового значення і не впливають на загальну позитивну оцінку роботи. Оцінюючи роботу в цілому, треба відзначити, що дисертація А. М. Кузя є завершеною науково-дослідною роботою, у якій одержано нові науково обґрунтовані результати щодо розв'язності умовно коректних задач з інтегральними умовами за виділеною змінною для рівнянь із частинними похідними.

Вважаю, що дисертаційна робота Кузя Антона Мирославовича „Задачі з інтегральними умовами за часовою змінною для еволюційних рівнянь” відповідає всім вимогам Департаменту атестації кадрів вищої кваліфікації щодо кандидатських дисертацій, а її автор заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Доцент кафедри
диференціальних рівнянь
Львівського національного університету
імені Івана Франка
канд. фіз.-мат. наук, доцент

Андрусяк Р. В.

