

Відгук

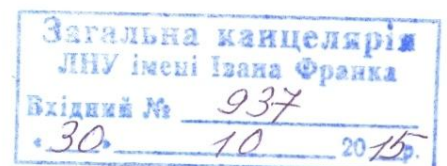
офіційного опонента
на дисертаційну роботу Пасічник Олени Вікторівни
“Задача Коші для рівняння дифузії з дробовою
похідною в просторах узагальнених функцій”,
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння

Дослідження крайових задач для еліптичних та параболічних рівнянь та систем рівнянь у різних просторах узагальнених функцій різними методами достатньо повно проведено у працях Ю. М. Березанського, С. Г. Крейна і Я. А. Ройтберга, М. Л. Горбачука та В. І. Горбачук, С. Д. Івасишена, Ж.-Л. Ліонса і Е. Мадженеса, Г. С. Гупало, В. А. Михайлеця і О. О. Мурача, Л. Н. Слободецького, В. А. Солоннікова, Г. П. Лопушанської та багатьох інших.

З другого боку великого застосування здобула ідея введення дробових похідних для моделювання найрізноманітніших практичних процесів чи теоретичних побудов (див. монографії Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. Н. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с. та Нахушев А. М. Дробное исчисление и его приложение. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 272 с., які дають огляд результатів для задач з дробовими похідними Рімана-Ліувіля та Капуто).

Третьою вихідною точкою є використання функцій Гріна (операторів Гріна) до вивчення задач для рівнянь з частинними похідними у просторах узагальнених функцій, зокрема тут треба відзначити роботи Г. С. Гупало (під керівництвом Лопатинського), С. Д. Івасишена, Г. П. Лопушанської.

У дисертаційній роботі О. В. Пасічник цей метод застосовується для встановлення розв’язності у просторах узагальнених функцій задачі Коші для рівняння дифузії з дробовою похідною за часом. Такі рівняння мають



важливі застосування у прикладних науках, а задачі для них із особливостями в даних (тобто з поганими правими частинами) є мало вивченими. Отже, робота актуальна і має важливе значення.

Наукова новизна дисертації О. В. Пасічник полягає у тому, що в ній досліджено розв'язність задачі Коші для рівняння дифузії з дробовою похідною за часом порядку $\alpha \in (0, 1)$ у випадку правих частинах, які є узагальненими функціями із просторів типу D' та S' .

Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел, що містить 94 найменування.

Як звичайно, перший розділ присвячено огляду літератури за тематикою дисертації та короткому викладу основних результатів, одержаних у роботі.

Другий розділ має допоміжний характер. Тут подано означення і допоміжні факти, потрібні у наступних розділах. Описано методу використання функції Гріна у задачах з узагальненими функціями в правих частинах, за допомогою якої одержано основні результати дисертації. Одержано деякі важливі допоміжні результати: формулу Гріна і спеціальні властивості згорток.

У третьому розділі доведено теореми 3.1 та 3.2 про існування, єдиність та зображення розв'язку задачі Коші для лінійного рівняння дифузії з дробовою похідною за часом, коли у правій частині рівняння та у початковій умові задано узагальнені функції із просторів Z'_α типу розподілів Шварца та із певних підпросторів D'_b простору D' .

Теореми одержані на базі детального дослідження (в лемах 3.1–3.5) спряжених операторів Гріна на відповідних просторах гладких функцій. При цьому істотно використано відомі оцінки похідних функції Гріна рівняння дифузії з дробовою похідною за часом, одержані у працях С. Д. Ейдельмана та О. Н. Кочубея.

Четвертий розділ дисертації присвячено дослідженню задачі Коші для півлінійного рівняння дифузії з дробовою похідною за часом, коли у початковій умові задано узагальнену функцію. Розв'язки задачі належать до певних вагових L_1 -просторів. Одержано достатні умови, при яких регулярні в області розв'язки півлінійних (зокрема, лінійних) рівнянь набувають початкових значень із простору узагальнених функцій D' (теорема 4.1).

Подано два (еквівалентні за теоремою 4.2) формулювання задачі Коші для півлінійного (зокрема, лінійного) рівняння дифузії з дробовою похід-

ною за часом. Встановлено характер поведінки при $t \rightarrow 0$ регулярних у верхній півплощині розв'язків. Він залежить від порядку сингулярності заданої в початковій умові узагальненої функції.

За допомогою зведення до еквівалентного інтегрального рівняння у ваговому L_1 - просторі знайдено (у теоремі 4.5) достатні умови розв'язності задачі Коші для півлінійного рівняння дифузії з дробовою похідною та узагальненою функцією у початковій умові.

Результати дисертації опубліковано в 14 працях, зокрема, у п'яти статтях з переліку фахових видань з математики.

Одержані результати опубліковано повністю та своєчасно. Всі доведення правильні та повні.

Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

Зауваження до дисертаційної роботи:

1) у формулюванні задачі Коші рівняння доцільно писати з дробовою похідною, як заявлено у назві дисертації; в умовах ряду теорем (наприклад, теореми 4.2–4.4) є зайвою умова належності шуканого розв'язку до відповідного простору; є декілька стилістичних неточностей та описок;

2) у припущеннях (S1 і т.д.) четвертого розділу не описано параметри s і s_0 та їх вплив на регулярність розв'язку; на с. 79 визначено області $Q_{T,\varepsilon}$, де $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0] \subset [0, T]$, яка насправді не існує при $\varepsilon = T$;

3) лему 5.1 із монографії Ейдельмана [75], лему Шилова [69] та лему Дюбуа–Реймона [7] варто було б окремо сформулювати у тексті другого розділу, або при першому їх використанні; доцільно було подати також список основних позначень;

4) подана під номером [82] стаття є перекладом статті [30], її не потрібно подавати окремо, а так як в авторефераті дисертації.

Вказані зауваження не впливають на високу оцінку роботи в цілому, а лише звертають увагу на редагування. Суттєвих зауважень до дисертаційної роботи нема.

Результати дисертації є новими, одержаними вперше; вони сформульовані у вигляді теорем і лем, правильність яких доводиться; це забезпечує достовірність результатів.

Дисертація є завершеною працею. В ній одержано нові теоретичні результати, важливі в теорії крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Оформлення дисертації відповідає чинним правилам.

Вважаю, що дисертаційна робота “Задача Коші для рівняння дифузії з дробовою похідною в просторах узагальнених функцій” за актуальністю і одержаними науковими результатами відповідає всім вимогам чинного “Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника”, які стосуються кандидатських дисертацій, а її авторка, Пасічник Олена Вікторівна, заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент
доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри вищої математики
Національного університету
“Львівська політехніка”



В. С. Ільків

Підпис професора Ільківа В. С. засвідчую.

Вчений секретар
Національного університету
“Львівська політехніка”,
доцент



Брилинський Р. Б.