

ВІДЗИВ ОФІЦІЙНОГО ОПОНЕНТА

на дисертаційну роботу Гута Віталія Михайловича
«Асимптотика спектрів еліптичних диференціальних операторів другого та четвертого порядків зі сингулярними коефіцієнтами»,
поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

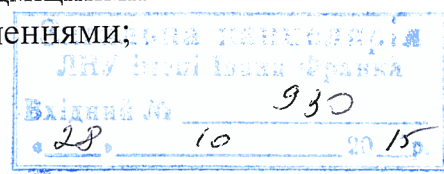
Актуальність теми. Дисертаційна робота В. М. Гута присвячена розробці математичного апарату побудови та обґрунтування асимптотик спектрів та власних функцій сингулярно збурених крайових задач для еліптичних диференціальних операторів з частинними похідними. На основі цього апарату проводиться дослідження математичних моделей, які зокрема описують коливні процеси у сильно неоднорідних механічних системах. Тема дисертаційної роботи є актуальною, оскільки такі задачі виникають при вивченні багатьох теоретичних і прикладних проблем теорії композиційних матеріалів. З іншого боку, розв'язання таких задач потребує розробки нових та удосконалення існуючих методів.

Необхідно відзначити, що асимптотичні методи у сучасних наукових дослідження процесів природознавства є одним з найважливіших інструментів. Зазвичай, цей інструмент використовується у випадку, коли інші методи стають неефективними або ж їх застосування є навіть неможливим. Створення і теоретичне обґрунтування нових методів асимптотичного аналізу є складною і актуальною проблемою. Дисертаційна робота Віталія Гута присвячена саме вирішенню цієї проблеми для цілого класу сильно неоднорідних коливних системи.

Наукова новизна. Отримані Гутом В. М. результати є новими і становлять внесок у розвиток асимптотичного моделювання в теорії сильно неоднорідних середовищ. Автором дисертаційної роботи запропонована методика, за допомогою якої можна вивчати та чисельно аналізувати математичні моделі різноманітних композитних систем, які утворені із сучасних матеріалів, наприклад, надміцних і легких одночасно. На основі доведених теорем вперше отримані аналітичні оцінки для власних значень та розхилів власних підпросторів широкого класу систем зі скінченним числом неоднорідних включень довільної форми.

Практична значимість отриманих наукових результатів визначається:

- 1) вдосконаленням теорії асимптотичних методів, що дає можливість отримувати як якісний так і кількісний опис поведінки спектру та власних функцій цілого класу задач, які моделюють композитні системи з надміцними легкими і гнучкими важкими неоднорідними включеннями;



- 2) певною універсальністю методів дослідження, які можна поширити на інші класи сингулярно збурених крайових задач;
- 3) підвищенням ефективності розв'язання спектральних задач для диференціальних операторів з частинними похідними, коефіцієнти яких сильно відрізняються в різних підобластях;

Зв'язок роботи з програмами наукових досліджень. Тема дисертаційної роботи та отримані результати відповідають основним напрямкам наукових досліджень кафедри диференціальних рівнянь механіко-математично факультету Львівського національного університету імені Івана Франка в рамках науково-дослідної державної теми «Дослідження коректності прямих і обернених задач та задач з вільними межами для диференціальних операторів» з номером держреєстрації 0111U001085.

Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій. Всі отримані в дисертації твердження є коректно сформульованими та математично обґрунтованими. Їх доведення повні, зрозумілі та містять всі потрібні посилання на літературу. Вибір об'єкта дослідження здійснювався на основі огляду і аналізу літературних джерел в галузях асимптотичного аналізу, теорії сингулярних збурень та математичного моделювання сильно неоднорідних матеріалів. Достовірність розв'язків підтверджує їхнє узгодження з відомими результатами інших авторів. Отримані результати не суперечать фізичному змісту задач.

Основні положення дисертації доповідались на 11 наукових конференціях, 9 з яких – міжнародні, і 3 семінарах. Зміст роботи, наукові й практичні результати цілком знайшли відображення у наведених 5 публікаціях, дисертації та авторефераті, що включає визначення істотної й достатньої особистої участі автора в спільно опублікованих роботах.

Структура та основний зміст роботи. Дисертаційна робота загальним обсягом 158 сторінок складається зі вступу, 4 розділів з висновками, загальних висновків, списку використаних літературних джерел (124 найменування на 15 сторінках) і містить 131 сторінку основного тексту.

У вступі (стор.5-12) відповідно до вимог Департаменту атестації кадрів Міністерства освіти і науки викладені основні положення, основні задачі, методи дослідження, наукова новизна, практична значимість отриманих результатів, їхня апробація й кількість публікацій.

У першому розділі дисертації (стор.9-24) наведено огляд літературних джерел з теорії сингулярних збурень диференціальних операторів, а також огляд асимптотичних методів, які застосовують в теорії сильно неоднорідних середовищ. Також автором у цьому розділі сформульовано основні результати дисертаційної роботи.

У другому розділі (стор.25-71) розглянуто сингулярно збурену спектральну крайову задачу Діріхле в n -вимірному просторі для еліптичного оператора другого порядку. Такого роду задачі описують, зокрема, власні коливання пружної механічної системи із скінченним

числом жорстких легких включень довільної форми. Встановлена відповідна гранична спектральна задача та вивчені її властивості. Доведено збіжність власних значень збуреної задачі до власних значень граничної з урахуванням кратності. Для власних функцій встановлено збіжність між відповідними власними підпросторами. Запропоновано метод доведення теорем збіжності для власних значень і власних функцій з використанням допоміжної сім'ї самоспряжених операторів, отриманих з використанням псевдодиференціальних операторів Діріхле-Неймана. Побудовані та обґрунтовані повні асимптотичні розвинення власних значень і власних функцій збуреної задачі для випадку кратного власного значення граничної задачі.

У третьому розділі (стор.72-110) розглянуто спектральну крайову задачу Неймана для моделі коливної системи з гнучкими важкими включеннями. Побудована відповідна гранична спектральна задача, для якої показано, що між включеннями залишається взаємодія при переході від збуреної задачі до граничної. Доведено теореми збіжності для власних значень та власних підпросторів збуреної задачі до відповідних власних значень та власних підпросторів граничної задачі. Аналогічно до другого розділу, побудовані та обґрунтовані повні асимптотичні розвинення власних значень і власних функцій збуреної задачі для випадку кратного власного значення граничної задачі.

У четвертому розділі (стор.111-141) за допомогою запропонованого методу з попередніх розділів, досліджена сингулярно збурена спектральна задача Діріхле для еліптичного оператора четвертого порядку. Задача описує власні коливання тонкої пластини з жорсткими легкими включеннями. Побудована відповідна гранична спектральна задача та доведені теореми збіжності для власних значень та власних підпросторів.

Зауваження до тексту роботи. До змісту дисертаційної роботи та її оформлення слід зробити такі зауваження:

1. В огляді літератури для посилання 78 на сторінці 20 відзначено тільки двох авторів, хоча у відповідній статті є дані про трьох авторів, аналогічно для посилання 73 на сторінці 22, де також посилання 34 надано не зовсім коректно.

2. У другому та третьому розділах необхідно вважати, що множина, яка відповідає включенням, є строго внутрішньою відкритою підмножиною, як у четвертому розділі. Інакше можуть виникати кутові та більш складні сингулярності у розв'язків, що може бути перешкодою для приналежності розв'язків до простору Соболева другого порядку, або необхідно доводити додаткові теореми про регулярність.

3. Приклад області на рисунку на сторінці 26 є невдалим, оскільки зображує область із нерегулярною межею, для якої розв'язки відповідних задач, наприклад, (2.1), (2.2), (2.12) и (2.13) можуть бути нерегулярними, або необхідно доводити додаткові теореми про регулярність.

4. Коефіцієнти задач у дисертаційній роботі визначаються як гладкі та додатні функції на відкритих множинах. В цьому випадку, такі функції можуть бути із нульовий інфімумом, що є перешкодою, наприклад, для доведення леми 2.9, де є також неточності у позначеннях. Такі функції необхідно визначати як строго додатні та гладкі.

Проте всі перераховані вище недоліки не є принциповими і не впливають на загальне позитивне враження про дисертаційну роботу.

Висновки. Дисертаційна робота Гута В. М. має цілісний і завершений характер. Вона містить нові науково обґрунтовані результати, використання яких забезпечить розв'язання важливих прикладних задач. Сукупність результатів дисертації можна розглядати як досягнення у розвитку досліджень різноманітних процесів в сильно неоднорідних середовищах. Автореферат повністю відтворює зміст дисертації. Дисертаційна робота «Асимптотика спектрів еліптичних диференціальних операторів другого та четвертого порядків зі сингулярними коефіцієнтами» відповідає всім вимогам Департаменту атестації кадрів Міністерства освіти України щодо робіт, поданих на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор Гут Віталій Михайлович заслуговує присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент:

Доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник,
провідний науковий співробітник
лабораторії обчислювальних методів
у механіці суцільних середовищ
Київського національного
університету імені Тараса Шевченка

Г.В. Сандраков

Підпис провідного наукового співробітника
Сандракова Г.В. засвідчую.

Вчений секретар
Науково-дослідної частини
Київського національного
університету імені Тараса Шевченка
кандидат філософських наук, доцент

ПІДПИС ЗАСВІДЧУЮ
ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР
КАРАУЛЬНА
28.10

Г.В. Караульна