

ВІДГУК

офіційного опонента

на дисертаційну роботу Федорчука Володимира Івановича

„Групова класифікація нелінійних п'ятивимірних рівнянь Д'Аламбера та диференціальні інваріанти першого порядку неспряжених підгруп групи Пуанкаре $P(1,4)$ ”,

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Математичні моделі різноманітних процесів у багатьох випадках можна описати за допомогою диференціальних рівнянь із частинними похідними (систем диференціальних рівнянь) у просторах незалежних та залежних змінних різних типів та вимірностей, які містять довільні функції (довільні параметри). Досить часто для цих рівнянь вивчають питання існування нетривіальних груп симетрій, а також проводять їх групову класифікацію. Для дослідження таких диференціальних рівнянь використовують класичні методи С. Лі та його учнів, а також узагальнення цих методів. Важливий внесок у розвиток теоретико-групових методів зробили Л. В. Овсянніков, Н. Х. Ібрагімов, П. Олвер, Г. Біркгоф, Л. І. Седов, Д. Блумен, Ю. Коул, В. І. Фушич, А. Г. Нікітін, Л. Ф. Баранник, А. Ф. Баранник, М. І. Серов, В. І. Лагно, Р. О. Попович, В. Г. Костенко та інші вчені.

У дисертаційній роботі В. І. Федорчука вперше проведено групову класифікацію одного класу нелінійних рівнянь із частинними похідними, ліва частина яких містить оператор Д'Аламбера $\square_5 = \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_4^2}$ у п'ятивимірному просторі Мінковського $M(1,4)$, а права частина яких залежить від п'яти незалежних змінних, шуканої функції цих змінних та її похідних першого порядку:

$$\square_5 u = F \left(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, u, \frac{\partial u}{\partial x_0}, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2}, \frac{\partial u}{\partial x_3}, \frac{\partial u}{\partial x_4} \right).$$

Цей клас є узагальненням лінійного та нелінійного рівнянь Д'Аламбера, рівняння Ліувілля, а також рівнянь \sin -Гордона та \sinh -Гордона. Такі рівняння виникають при розв'язуванні багатьох задач диференціальної геометрії, теорії нелінійних хвиль, квантової теорії поля, причому у просторах різних розмірностей.

Отже, тема дисертаційного дослідження Федорчука В. І. є актуальною і має важливе значення.

Дисертаційна робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків та списку використаних джерел, який містить 167 найменувань. Дисертація викладена на 154 сторінках.



У вступі дисертаційної роботи обґрунтовано актуальність тематики, сформульовано мету та задачі дослідження, відзначено новизну, апробацію та практичне значення результатів дослідження, а також внесок автора дисертації.

У першому розділі дисертаційної роботи проведено короткий огляд літератури, що стосується історії розвитку теоретико-групових методів дослідження нелінійних рівнянь із частинними похідними, а також сучасного стану групової класифікації деяких нелінійних рівнянь.

Другий розділ дисертації присвячений результатам групової класифікації згаданого вище класу нелінійних п'ятивимірних рівнянь Д'Аламбера, зокрема, у першому підрозділі наведено деякі відомі факти з групового аналізу диференціальних рівнянь. Другий підрозділ містить опис алгебри Лі узагальненої групи Пуанкаре $P(1,4)$, яку дисертант використовує у подальших підрозділах.

У третьому підрозділі сформульовано та доведено (теорема 2.2) критерій еквівалентності функціональних базисів диференціальних інваріантів першого порядку неспряжених підгруп групи $P(1,4)$.

Групову класифікацію нелінійних п'ятивимірних рівнянь Д'Аламбера проведено у четвертому підрозділі. Він складається з дев'яти частин, в яких права частина рівняння залежить відповідно від двох, трьох і т.д. до десяти нееквівалентних функціональних базисів диференціальних інваріантів першого порядку. Цьому присвячена теорема 2.3, а також твердження 2.2, 2.4, 2.6, 2.8, 2.10, 2.12, 2.14, 2.16, 2.18. Ці базиси побудовано автором у явному вигляді та відображено у дев'яти твердженнях: 2.1, 2.3, 2.5, 2.7, 2.9, 2.11, 2.13, 2.15, 2.17.

У третьому розділі дисертаційної роботи на основі інваріантів неспряжених підгруп групи $P(1,4)$ проведено симетрійну редукцію та побудовано класи інваріантних розв'язків для деяких п'ятивимірних рівнянь Д'Аламбера.

У першому підрозділі коротко описано симетрійну редукцію деяких $P(1,4)$ -нееквівалентних підкласів п'ятивимірних рівнянь Д'Аламбера.

У другому підрозділі проведено симетрійну редукцію та побудовано деякі класи інваріантних розв'язків лінійного п'ятивимірного рівняння Д'Аламбера. Відшукування розв'язків рівняння у вигляді $u = \varphi(\omega)$, де ω – деякі інваріанти підгрупи групи $P(1,4)$, дозволяє одержати для φ звичайне диференціальне рівняння, яке для деяких інваріантів інтегрується у квадратурах. У цих випадках дисертантом вказано точні розв'язки рівняння Д'Аламбера. Досліджено також випадок побудови розв'язків рівняння, пов'язаних з анзацом вигляду $u = \varphi(\omega_1, \omega_2)$, де ω_1, ω_2 – деякі інваріанти підгрупи групи $P(1,4)$.

Аналогічно наступні підрозділи присвячені симетрійній редукції п'ятивимірних рівнянь Ліувілля, \sin -Гордона та \sinh -Гордона. Серед побудованих розв'язків є такі, що виражаються через елементарні та спеціальні функції. Для

анзацу $u = \varphi(\omega_1, \omega_2)$ побудовані розв'язки нелінійних п'ятивимірних рівнянь містять дві довільні функції.

При дослідженні цих задач дисертант Федорчук В. І. подолав ряд труднощів у проведенні низки громіздких обчислень, пов'язаних з побудовою нееквівалентних функціональних базисів диференціальних інваріантів першого порядку, використовуючи при цьому методи групового аналізу.

Робота має теоретичний характер, але її результати можуть бути використані при розв'язуванні прикладних задач, моделями яких є досліджені у дисертації задачі.

Дисертаційна робота Федорчука В. І. виконана на високому науковому рівні. Тематика роботи є актуальною. Отримані у дисертаційній роботі результати є достовірними. У ній містяться акуратні доведення сформульованих теорем та тверджень.

Усі результати дисертації є новими, достатньо повно опублікованими в 20 працях, зокрема, у 6 статтях з переліку фахових видань та 5 закордонних виданнях. Отримані результати є достатньо апробованими на наукових семінарах і конференціях.

Дисертаційна робота оформлена акуратно з дотриманням вимог, що ставляться до кандидатських дисертацій.

Автореферат повно та правильно відображає зміст та основні положення дисертації.

Щодо змісту дисертаційної роботи, її оформлення та автореферату є окремі зауваження:

- 1) відомі факти з групового аналізу диференціальних рівнянь (підрозділ 2.1) подано автором надто лаконічно; доцільно було б навести їх більш детально;
- 2) добре було б порівняти результати дисертанта, одержані для лінійного п'ятивимірного рівняння Д'Аламбера, з відомими результатами теорії лінійних рівнянь із частинними похідними зі сталими коефіцієнтами;
- 3) у дисертації присутні граматичні та стилістичні неточності, а також описки:
 - на с. 23 замість $f(x, a)$ – функція має бути $f(x, a)$ – вектор-функція;
 - на с. 26 не вказано область зміни індексів μ та ν ;
 - деякі вирази повторюються, наприклад, фрази „Для решти редукованих рівнянь розв'язків не побудовано. За браком місця ми ці ЗДР/їх не наводимо” містяться на сторінках 122, 123, 126, 127, 129, 130.
 - неправильними є окремі слова: „задовільняють” (с. 28), „задовільняються” (с. 30), „остальні” (с. 127);
 - у списку використаних джерел є неточності в оформленні джерел [16], [19], [37], [152], [159].
 - присутні описки на сторінках 7, 12, 23, 110.
- 4) в авторефераті на сторінці 11 йдуть посилання на формули (2.8), (2.11), які є відсутніми, аналогічне на сторінках 12–14.

Однак, ці зауваження не мають принципового значення і не впливають на загальну позитивну оцінку роботи. Оцінюючи роботу в цілому, треба відзначити, що дисертація Федорчука В. І. є завершеним науковим дослідженням, у якому одержано нові науково обґрунтовані результати щодо групової класифікації нелінійних п'ятивимірних рівнянь Д'Аламбера.

Вважаю, що дисертаційна робота „Групова класифікація нелінійних п'ятивимірних рівнянь Д'Аламбера та диференціальні інваріанти першого порядку неспряжених підгруп групи Пуанкаре $P(1,4)$ ” за актуальністю і одержаними науковими результатами відповідає всім вимогам чинного «Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника», які стосуються кандидатських дисертацій, а її автор, Федорчук Володимир Іванович, заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук, професор,
завідувач кафедри вищої математики
Національного університету
„Львівська політехніка”

З. М. Нитребич

Підпис професора Нитребича З.М. засвідчую.

Вчений секретар
Національного університету
„Львівська політехніка”



Р. Б. Брилинський