

ВІДГУК
офіційного опонента
на дисертаційну роботу Федорчука Володимира Івановича
**“Групова класифікація нелінійних п’ятивимірних рівнянь Д’Аламбера
та диференціальні інваріанти першого порядку неспряжених
підгруп групи Пуанкаре $P(1,4)$ ”**,
подану до захисту на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 - диференціальні рівняння

Різні фізичні, біологічні, екологічні, економічні та інші процеси навколишнього світу описуються за допомогою математичних моделей. У багатьох випадках такими моделями є диференціальні рівняння або їх системи.

Математичні моделі у фізиці почали інтенсивно розроблятися ще в працях І.Ньютона. Їх подальше застосування до опису великого кола різних фізичних явищ пов’язані з іменами Ж. Лагранжа, Л. Ейлера, П. Лапласа, Ж. Фур’є, Д. Гаусса, Б. Рімана, М. В. Остроградського і багатьох інших вчених. Диференціальні рівняння стали ефективним засобом моделювання фізичних явищ. Це дало поштовх до розробки різноманітних методів їх інтегрування. Найбільш ефективними серед розроблених методів можна назвати метод відокремлення змінних, метод варіації, метод спеціальних підстановок, метод Ейлера, метод Д’Аламбера, метод характеристик Монжа, метод каскадів Лапласа, метод Пуассона, метод розкладу в ряди Фур’є та інші. Особливо хочеться звернути увагу на метод оберненої задачі розсіювання, який було розроблено в другій половині 20-го століття математиками К.Гарднером, Дж. Гріном, М. Крускалом та Р.Міурою. Важливу роль у розвитку методів оберненої задачі розсіювання відіграли праці українських математиків, зокрема Ю.М. Березанського, В.М. Марченка, Л.П. Нижника, Є.Д.Білоколоса, Є.Я. Хруслова.

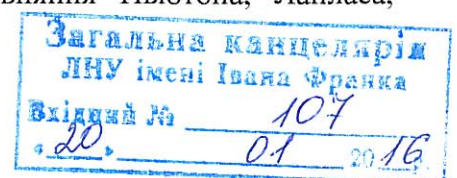
В кінці 19-го століття видатний норвежський математик Софус Лі розробив основи методу симетрійного аналізу диференціальних рівнянь. В основі цього методу закладені принципи симетрії. С.Лі першим застосував алгебру інваріантності диференціальних рівнянь для теоретико-групової редукції та знаходження його точних розв’язків. В подальшому даний метод одержав розвиток в роботах багатьох видатних вчених: Пуанкаре, Бейтмана, Біркгофа та інших.

Новий етап розвитку методу С. Лі одержав у роботах Л.В. Овсяннікова, який розробив теорію інваріантних та частково-інваріантних розв’язків диференціальних рівнянь, а також вперше поставив задачі групової класифікації диференціальних рівнянь та знаходження нееквівалентних підалгебр алгебри інваріантності диференціальних рівнянь.

Важливі результати в області теоретико-групового аналізу були одержані Дж. Блуманом, І.Д. Коулом, У Міллером, П. Олвером, Н.Х. Ібрагімовим, П. Вінтерніцем та іншими. В Україні перші роботи з даної тематики були опубліковані наприкінці 50-х років 20-го століття львівським математиком В.Г. Костенком.

В середині семидесятих років минулого століття в Інституті математики національної академії наук України була створена школа математиків, яку очолив В.І. Фушич. Науковцями цієї школи було зроблено суттєвий вклад в розвиток класичних методів, а також створення нових методів групового аналізу диференціальних рівнянь. Серед основних досягнень цієї школи слід відзначити нелінійський метод дослідження симетрій диференціальних рівнянь, розроблений В.І. Фушичем та А.Г. Нікітіним, а також метод умовних симетрій диференціальних рівнянь, розроблений В.І. Фушичем та його учнями.

В.І. Фушич зазначав, що по відношенню до диференціальних рівнянь, симетрію можна розглядати як принцип, за допомогою якого із найрізноманітніших логічно допустимих моделей (рівнянь, співвідношень) відбираються тільки ті, котрі володіють широкою симетрією. Усі основні рівняння математичної фізики (рівняння Ньютона, Лапласа,



Д'Аламбера, Шредінгера, Ліувілля, Дірака, Максвелла і т.д.) інваріантні відносно достаньно широких груп перетворень. Саме ця властивість виділяє їх із множини інших диференціальних рівнянь.

Принципи симетрії виражають найбільш загальні властивості природи. Тому пошук нових симетрій складає одну з найбільш важливих задач фізики взагалі.

Існує багато областей застосувань симетрійних властивостей диференціальних рівнянь. Одним з основних напрямків групового аналізу є класифікація симетрійних властивостей диференціальних рівнянь та застосування виявлених симетрій до побудови інваріантних анзаців, редукції та знаходження точних розв'язків диференціальних рівнянь з частинними похідними. Розв'язуванню таких задач і присвячена дисертаційна робота В.І. Федорчука.

У даній дисертації проведено групову класифікацію рівняння Д'Аламбера з нелінійною правою частиною у п'ятивимірному просторі Мінковського. Цей клас є узагальненням лінійного та нелінійного рівнянь Д'Аламбера, рівняння \sin -Гордона, рівняння Ліувілля, та рівняння \sinh -Гордона, які мають широке застосування. Тому, робота є актуальною і має важливе значення.

Наукова новизна дисертації В.І. Федорчука полягає в тому, що в ній проведено групову класифікацію саме вказаного класу нелінійних п'ятивимірних рівнянь, права частина яких залежить від п'яти незалежних змінних, шуканої функції цих змінних та її похідних першого порядку.

Дисертація складається зі вступу, трьох розділів, висновків та списку використаних джерел, що містить 167 найменувань.

У вступі дисертаційної роботи обґрунтовано актуальність теми, сформульовано мету і задачі дослідження, вказано наукову новизну та апробацію одержаних результатів.

У першому розділі проведено короткий огляд літератури за темою дисертації.

Другий розділ дисертації містить результати групової класифікації класу нелінійних п'ятивимірних рівнянь Д'Аламбера в просторі $M(1,4)$, зокрема, у першому підрозділі наведено деякі відомі факти з групового аналізу диференціальних рівнянь. Другий підрозділ містить опис алгебри Лі узагальненої групи Пуанкаре $P(1,4)$. У третьому підрозділі сформульовано та доведено (Теорема 2.2) критерій еквівалентності функціональних базисів диференціальних інваріантів першого порядку неспряжених підгруп групи $P(1,4)$. Групову класифікацію нелінійних п'ятивимірних рівнянь Д'Аламбера проведено у четвертому підрозділі. Він складається з дев'яти частин, в яких отримано класи $P(1,4)$ -нееквівалентних рівнянь. В цьому підрозділі також побудовані функціональні базиси диференціальних інваріантів першого порядку неспряжених підгруп групи $P(1,4)$, які наведені у явному вигляді.

У третьому розділі на основі побудованих автором інваріантів неспряжених підгруп групи $P(1,4)$ проведено симетрійну редукцію та побудовано класи інваріантних розв'язків для деяких $P(1,4)$ -інваріантних п'ятивимірних рівнянь Д'Аламбера. У першому підрозділі коротко описано симетрійну редукцію деяких $P(1,4)$ -нееквівалентних підкласів п'ятивимірних рівнянь Д'Аламбера. У наступних підрозділах проведено симетрійну редукцію та побудовано деякі класи інваріантних розв'язків лінійного п'ятивимірного рівняння Д'Аламбера, п'ятивимірного рівняння \sin -Гордона, п'ятивимірного рівняння Ліувілля та п'ятивимірного рівняння \sinh -Гордона. Серед побудованих розв'язків є такі, що виражаються через елементарні функції, спеціальні функції, та розв'язки, які містять довільні функції.

Результати дисертації опубліковано у 20 працях, зокрема, у 6 статтях з переліку фахових видань та 5 закордонних виданнях.

Одержані результати опубліковано повністю та своєчасно. Всі твердження доведені.

Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

Зауваження до дисертаційної роботи:

- В тексті дисертації зустрічаються слова російськомовного походження. Цей факт, в деякій мірі, справляє негативне враження на читача.
- Спостерігається певний дисбаланс між об'ємом тверджень і об'ємом їх доведень. Так об'єм деяких тверджень складає більше 20 сторінок, а їх доведення займає лише пів сторінки.
- Вказано, що у рівнянні (3.3) $\lambda \in \mathbb{R}$, $\kappa = \pm 1$. Розв'язок рівняння (3.3) виражається через експоненціальні функції. Взагалі кажучи, це не завжди так. При розв'язуванні такого ж рівняння вигляду (3.10), автор наводить його розв'язок, який виражається вже лише через тригонометричні функції, що теж не завжди так.
- Деякі розв'язки, отримані дисертантом, містять довільні функції одного аргументу. Цей факт дуже важливий, так як дозволяє задовольнити широкий клас початкових і граничних умов. Але такі класи розв'язків можна значно розширити, якщо використати, наприклад, наступний анзац

$$u = \Phi(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4),$$

де $\omega_1 = x_1$, $\omega_2 = x_0 + x_2$, $\omega_3 = x_0 + x_3$, $\omega_4 = x_0 + x_4$.

В цьому випадку отримані розв'язки містили б довільні функції трьох змінних.

Дане зауваження є побажання автору у його майбутніх дослідженнях.

Вказані зауваження не впливають на позитивну оцінку роботи в цілому. Суттєвих зауважень до дисертаційної роботи немає.

Результати дисертації є новими і достовірними. Вона є завершеною працею, в якій одержано нові важливі теоретичні результати теорії нелінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними. Дисертація оформлена у відповідності з чинними правилами.

Вважаю, що дисертаційна робота "Групова класифікація нелінійних п'ятивимірних рівнянь Д'Аламбера та диференціальні інваріанти першого порядку неспряжених підгруп групи Пуанкаре $P(1,4)$ " за актуальністю і одержаними науковими результатами відповідає всім вимогам "Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника", які стосуються кандидатських дисертацій, а її автор, Федорчук Володимир Іванович, заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук, професор,

завідувач кафедри вищої математики

Полтавського національного технічного

університету імені Юрія Кондратюка



М.І.Серов

Підпис
М.І.Серова засвідчую
В.О. проректора з
наукової роботи
15.01.2016 р.



В.В. Муравієв