

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію

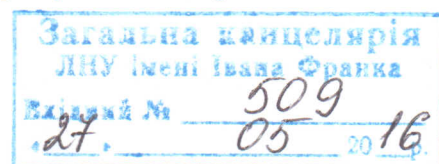
Стець Юлії Василівни

"Асимптотичне поведження абсолютно збіжних у півплощині рядів Діріхле", подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Вивчення асимптотичного поведження рядів Діріхле з невід'ємними зростаючими до  $+\infty$  показниками у залежності від поведінки їх коефіцієнтів є однією з центральних задач теорії аналітичних функцій. Необхідність досліджень такого роду, з одного боку, обумовлена внутрішніми потребами теорії аналітичних функцій. З іншого боку, таких досліджень потребують інші розділи сучасної математики, в яких як природні об'єкти виникають ряди Діріхле.

Оскільки ряди Діріхле є безпосереднім узагальненням степеневих рядів, то доволі часто дослідження, які проводились для степеневих рядів, визначали розвиток досліджень для рядів Діріхле. Однак методи, розроблені для вивчення властивостей степеневих рядів, не завжди вдавалося адаптувати до дослідження властивостей рядів Діріхле, що значною мірою обумовлено нерегулярністю в прямуванні послідовності їх показників до  $+\infty$ . Більше того, розв'язання аналогів задач, які є порівняно простими для степеневих рядів, у випадку рядів Діріхле можуть викликати значні труднощі.

Дослідження зростання аналітичних функцій, зображених степеневими рядами, в термінах коефіцієнтів цих рядів, започатковано ще в працях Коші, Адамара, Бореля, Ліндельофа, Вімана, Валірона і інших класиків теорії цілих функцій. Пізніше згадані результати було поши-



рено на випадок аналітичних у крузі функцій, зображених степеневими рядами, а також узагальнено на випадок цілих чи аналітичних у півплощині функцій, зображених рядами Діріхле. Свої дослідження у цьому напрямі присвятили Ж. Рітт, К. Сугімура, Г. Мак-Лейн, Ф. Бейерман, П. Розенблум, Г.А. Фрідман, Н.В. Говоров, В.С. Бойчук і інші.

В останні десятиліття системні дослідження асимптотичного поведіння аналітичних функцій, зображених рядами Діріхле, проводяться львівськими математиками М.М. Шереметою, О.Б. Скасківим, Б.В. Виницьким і їхніми учнями.

Зростання ряду Діріхле, як правило, ототожнюється зі зростанням логарифма його максимуму модуля  $M(\sigma)$ . Важливою допоміжною характеристикою є максимальний член ряду  $\mu(\sigma)$ . Методика опису зростання функції  $\ln \mu(\sigma)$ , як функції коефіцієнтів, є в даний час, в принципі, відомою. Задача опису зростання функції  $\ln M(\sigma)$  зводиться в основному до встановлення оцінок для  $M(\sigma)$  через  $\mu(\sigma)$ . При цьому важливими є оцінки для  $M(\sigma)$  зверху через  $\mu(\sigma)$ , оскільки тривіальною оцінкою знизу є нерівність Коші  $M(\sigma) \geq \mu(\sigma)$ .

Незважаючи на значну кількість досліджень, проблема опису зростання ряду Діріхле в термінах його коефіцієнтів на сьогодні є далекою від остаточного розв'язання. Зокрема, важливими тут є задачі про отримання нових оцінок для максимуму модуля ряду Діріхле зверху через його максимальний член чи функцію порівняння, а також про встановлення тої чи іншої асимптотики зростання ряду Діріхле.

З огляду на сказане, актуальність тематики досліджень, обраної в дисертації Ю.В. Стець, сумнівів не викликає.

Дисертаційна робота містить усі необхідні структурні елементи. Вона складається зі вступу (включений до розділу 1), розділу 1, в якому дається огляд літератури за темою дисертації та вибираються напрямки



досліджень, розділів 2–4, в яких викладені результати автора, висновків та списку використаних джерел.

Аналіз результатів, поданих у дисертації, показує, що основною заслугою автора є:

— доведення нових оцінок знизу на послідовності і асимптотичних оцінок зверху для максимуму модуля ряду Діріхле через функцію порівняння та застосування цих оцінок для вивчення зв'язку між максимумом модуля та максимальним членом ряду Діріхле;

— встановлення в термінах багаточленної асимптотики зв'язку між зростанням абсолютно збіжного у півплощині ряду Діріхле, зростанням логарифма його максимального члена і поведінкою його коефіцієнтів;

— отримання аналогів теореми Ліндельофа і нерівності Уїттекера для абсолютно збіжних у півплощині рядів Діріхле скінченного  $R$ -порядку за Гайсиним.

До дисертації є наступні зауваження:

1. Вступ до дисертації повинен передувати розділу 1, а не міститися в ньому.

2. При висвітленні актуальності теми автор зазначає, що тематика дослідження властивостей характеристик аналітичних функцій в термінах двочленної, а пізніше й багаточленної асимптотики з'явилась завдяки зусиллям харківської школи теорії функцій. З огляду на це, в огляді літератури варто було хоча б коротко згадати про результати харківських математиків, а до списку використаних джерел включити відповідні роботи (включено лише статтю [1]).

3. До списку літератури включено низку робіт, на які в тексті дисертації нема посилань (це стосується, наприклад, робіт [19–29]).

4. Результати пункту 2.4 природно було перенести до розділу 3.

5. Незрозумілим є абзац перед формулюванням наслідку 2.1.

6. В умові наслідку 2.1 мало бути вказано, що  $\gamma$  — диференційовна функція, а в умові теореми 2.4, що  $\Phi$  — двічі диференційовна функція.

7. До списку літератури потрібно було включити (і згадати про неї в огляді літератури) роботу П.В. Філевича (Укр. мат. журн. 2001. Т. 53, №4. С. 522–530.), в якій знайдено необхідну і достатню умову на опуклу функцію  $\Phi$ , за якої для кожної цілої функції  $f$  при  $r \rightarrow +\infty$  рівносильні асимптотичні нерівності  $\ln \mu_f(r) \leq (1+o(1))\Phi(\ln r)$  і  $\ln M_f(r) \leq (1+o(1))\Phi(\ln r)$ , де  $\mu_f(r)$  — максимальний член степеневого розвинення функції  $f$ , а  $M_f(r)$  — її максимум модуля.

В дисертаційній роботі є деякі описки і неточності (деякі з них дублюються в авторефераті):

1. При висвітленні особистого внеску здобувача (с. 9) замість "Зі спільної [79–80] з О.М. Сумик статті, отримані співавтором результати у дисертацію не увійшли" повинно бути "Зі спільних статей [79–80], результати, отримані співавтором О.М. Сумик, у дисертацію не увійшли" (співавтором у згаданих статтях є також М.М. Шеремета).

2. На с. 21 у рядках 1 і 2 знизу замість "оцінки  $M(\sigma, F)$  знизу" має бути "оцінки  $M(\sigma, F)$  зверху".

3. На с. 33 стверджується, що лему 2.1 отримано в [76], хоча, насправді, її доведено раніше в [55].

4. На с. 55 у рядку 2 замість "максимуму модуля" має бути "супремуму модуля".

5. У формулюванні теореми 3.3 третій член асимптотики логарифма максимального члена виписано неправильно.

Зазначимо, що наведені зауваження жодним чином не зменшують позитивного враження від дисертації.

Автореферат загалом правильно і повно відображає зміст дисертації.

Результати дисертації опубліковано в шести наукових статтях, з яких

дві — в журналах, що входять до наукометричної бази даних Scopus. Вони пройшли належну апробацію.

Наукові положення і висновки, сформульовані в дисертації, є достовірними, всебічно обґрунтованими і строго доведеними.

Основні результати роботи є новими, вони мають теоретичний характер, становлять певний науковий інтерес і можуть знайти застосування у дослідженнях з теорії аналітичних функцій, що проводяться в Інституті математики НАН України, Київському, Львівському, Харківському, Донецькому, Дрогобицькому педагогічному та Прикарпатському університетах.

Дисертація Ю.В. Стець є закінченою науково-дослідною роботою, яка вносить певний вклад у теорію аналітичних функцій. Робота задовольняє всі вимоги щодо кандидатських дисертацій з математики, а її автор Стець Юлія Василівна заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук, професор,  
завідувач кафедри інформаційних технологій

ДВНЗ "Прикарпатський національний  
університет імені Василя Стефаника"



П.В. Філевич

