

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію

**Дільного Володимира Михайловича**

*"Асимптотичні та апроксимаційні властивості функцій*

*експоненціального типу та їх застосування"*,

подану на здобуття наукового ступеня

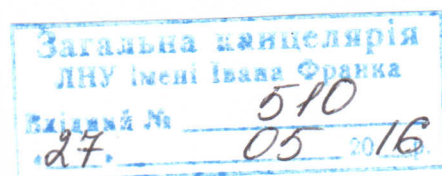
доктора фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз

**Актуальність теми.** Важливими математичними об'єктами, які широко використовуються у теорії функцій, функціональному аналізі, теорії диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей, є простори Гарді аналітичних функцій. Простори Гарді знаходять своє застосування і в інших галузях науки, наприклад, в теорії інформації, квантовій фізиці, геодинаміці.

Основи класичної теорії просторів Гарді аналітичних функцій були закладені в роботах Ф. Рісса і М. Рісса, Н. Вінера і Р. Пелі. Інтерес до вивчення цієї тематики значно підсилювався після робіт А. Бьорлінга і П. Лакса, що стосувалися питань апроксимації функцій з просторів Гарді. Подальший розвиток вказаної тематики пов'язаний з дослідженнями циклічних функцій та операторів, трансляційно інваріантних підпросторів. Свої праці у цьому напрямку присвятили Х. Шапіро, В.П. Хавін, Н.К. Нікольський, В.І Васюнін, В. Рудін, В.П. Гурарій, Б.В. Винницький та інші автори.

Важливим узагальненням класичних просторів Гарді є вагові простори Гарді аналітичних функцій. Перехід від класичного до вагового простору Гарді веде, як правило, до втрати низки важливих властивостей, а це ускладнює дослідження таких просторів. Незважаючи на це, значну



кількість класичних результатів вдалось успішно поширити на випадок ваг степеневого типу. Що стосується випадку ваг експоненціального типу, то завершених результатів тут є порівняно мало. Зокрема, відкритою залишалася проблема опису всіх циклічних функцій у просторах Гарді з вагою експоненціального типу.

Поняття циклічності у просторах аналітичних функцій тісно пов'язане з деякими питаннями функціонального аналізу. Важливим напрямом досліджень у функціональному аналізі є вивчення операторів у просторах типу Гарді. Розробкою цього напрямку досліджень займалися, крім названих вище представників відомої санкт-петербурзької школи, П. Будон, Е. Стейн, Г. Вейс, Є.М. Динькін, Г. Семпсон та інші вчені.

При застосуванні результатів, отриманих для просторів Гарді, часто виникають певні труднощі, обумовлені різноманітністю областей, на яких такі простори розглядаються. Поряд з класичними кругом і півплощиною розглядалися такі області як смуга, півсмуга, кут і т. п. Природною у зв'язку з цим є проблема щодо узагальнення згаданих результатів на випадок областей загального вигляду, наприклад, на випадок необмежених багатокутних областей.

Сформульовані проблеми, а також ряд інших важливих задач є предметом розгляду в дисертаційній роботі В.М. Дільного.

З огляду на сказане, актуальність тематики досліджень, обраної в дисертації, сумнівів не викликає.

**Наукова новизна, ступінь обґрунтованості та достовірність наукових положень, висновків і рекомендацій.** Дисертаційна робота містить усі необхідні структурні елементи. Вона складається зі вступу, розділу 1, в якому зроблено огляд літератури за темою дисертації та вибираються напрямки досліджень, розділів 2–7, в яких викладені



результати автора, висновків та списку використаних джерел.

Аналіз результатів, поданих у дисертації, показує, що основною заслугою автора є:

- встановлення критерію розщеплення функцій з класу  $W_\sigma^1$ ;
- знаходження нових зображень для функцій з вагових просторів Гарді;
- знаходження нової реалізації принципу невизначеності в гармонійному аналізі для пари функцій, суть якої полягає в тому, що функція та її перетворення Фур'є не можуть бути одночасно дуже малими;
- виявлення ефекту еквівалентності швидкого зростання у деякому сенсі вздовж уявної осі та швидкого спадання вздовж дійсної осі для функцій із простору  $H_\sigma^p(\mathbb{C}_+)$  у випадку, коли  $\sigma > 0$ ,  $1 \leq p < +\infty$ ;
- встановлення циклічності функцій у просторі  $H_\sigma^2(\mathbb{C}_+)$ ;
- отримання опису трансляційно інваріантних підпросторів, породжених нециклічними функціями у цьому ж просторі;
- завершення встановлення аналогу теорії спектрального аналізу В.П. Гуларія для простору Гарді-Смірнова у півсмузі  $E^2[D_\sigma]$ ;
- одержання аналогу теореми про зображення та теореми про згортку для просторів типу Смірнова у багатокутній необмеженій області;
- знаходження нового еквіваленту до гіпотези Рімана;
- встановлення критерію повноти та критерію мінімальності системи  $\{\cos t\rho_k + t\rho_k \sin t\rho_k\}$  у просторі  $L_2(0; 1)$ .

Основні результати дисертації отримані вперше її автором, вони мають форму критеріїв або в певному сенсі завершений вигляд. Усі теореми строго доведено. Для їх доведення застосовуються загальні методи теорії функцій, функціонального аналізу, а також ідеї та прийоми з робіт А. Бьорлінга, Б.Я. Левіна, Ю.І. Любарського, А.М. Седлецкого, Б.В. Винницького, В.П. Гуларія.

Наукові положення, висновки і рекомендації, сформульовані в дисертації, є достовірними і всебічно обґрунтованими, що підтверджується використанням широкого спектру сучасних методів досліджень, повнотою джерел використаної інформації, публікаціями у фахових виданнях, а також активною апробаційною діяльністю автора, зокрема, значною кількістю доповідей на наукових конференціях та спеціалізованих семінарах.

**Зауваження.** До дисертації є наступні зауваження:

1. При введенні класу  $H^p(\mathbb{D})$  на с. 5 допущено неточність. Замість "аналітичних у півплощині  $\mathbb{C}_+$ " повинно бути "аналітичних у крузі  $\mathbb{D}$ ".

2. Визначаючи предмет дослідження (с. 12) автор пише "Предметом дослідження є ... дослідження властивостей рівнянь типу згортки", хоча правильно було б "Предметом дослідження є ... властивості рівнянь типу згортки". Це зауваження стосується і автореферату.

3. У третій з умов (1.6) на с. 20 замість  $dh(t)$  має бути  $h(t)$ . Аналогічна описка у третій з умов (4.69) на с. 182.

4. Проблеми 5 і 6 на с. 37 правильно було б формулювати так "Дослідити розв'язки ... Описати трансляційно інваріантні підпростори ..." і "Перенести базові результати ...".

5. Наслідок 2.3 варто було сформулювати у формі теореми, бо за наведеної форми теорема 2.3 виявляється (с. 40, 67-68) наслідком з наслідку 2.3.

6. До переліку умовних позначень варто було б включити позначення просторів Гарді-Смірнова  $E^p[\cdot]$ ,  $E_*^p[\cdot]$ .

7. Теорему Пелі-Вінера на с. 95 сформульовано занадто академічно. Зазначимо, що строге формулювання цієї теореми наведено на с. 19.

8. На с. 141 замість "Як відомо у теорії інтеграла Стілтєса," про-



фесійніше виглядає "З означення інтеграла Стілтєса випливає, що".

9. У формулюванні леми 7.5 замість " $\rho_k^2 \neq \rho_m^2$ " повинно бути " $\rho_k^2 \neq \rho_m^2, k \neq m$ ".

10. У висновках до дисертації (с. 284, рядок 8 знизу) замість "по уявній" має бути "по дійсній". Це ж стосується автореферату.

Зазначимо, що наведені зауваження не є принципові. Вони жодним чином не впливають на загальну оцінку результатів дисертації.

**Значення для науки результатів дисертації.** Основні результати дисертаційної роботи мають теоретичний характер, вони становлять значний науковий інтерес і можуть знайти застосування у дослідженнях, що проводяться в Інституті математики НАН України, Київському, Львівському, Харківському, Дрогобицькому педагогічному, Прикарпатському університетах, зокрема, у дослідженнях з теорії аналітичних функцій, теорії інтерполяції, теорії наближення, теорії ймовірностей. Крім того, як і результати класичної теорії просторів Гарді, результати дисертації можуть отримати застосування у теорії інформації, квантовій механіці, сейсмології, теорії керування та інших галузях науки.

**Оформлення, публікації, автореферат.** Дисертація написана сучасною математичною мовою з незначною кількістю похибок.

Результати дисертації опубліковано в 41 статті і науковому повідомленні, з яких 24 (16 без співавторів) — у фахових виданнях, у тому числі 6 — зі списку Web of Science, а 3 — в журналах, що входять до наукометричної бази даних Scopus.

Автореферат правильно і повно відображає зміст дисертації.

**Висновок.** Підсумовуючи сказане вище, можна стверджувати, що дисертаційна робота Дільного В.М. "Асимптотичні та апроксимаційні

властивості функцій експоненціального типу та їх застосування" задовольняє всі вимоги щодо докторських дисертацій з математики, а її автор Дільний Володимир Михайлович заслуговує присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук, професор,  
завідувач кафедри інформаційних технологій  
ДВНЗ "Прикарпатський національний  
університет імені Василя Стефаника"

П.В. Філевич

