

ВІДГУК

офіційного опонента про дисертацію **Стець Юлії Василівної** "*Асимптотичне поводження абсолютно збіжних у півплощині рядів Діріхле*", подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Актуальність теми. Теорія рядів Діріхле є однією з сучасних математичних теорій, що активно розвивається і має важливі застосування в різних областях теоретичної та прикладної математики. Цій теорії присвячені численні роботи вітчизняних та закордонних математиків. Зокрема, важливі результати отримали Ж. Рітт, С. Мандельброт, К. Нацдан, А. Леонт'єв, В. Бойчук, А. Гайсин, М. Шеремета, Б. Винницький, О. Скасків та ряд інших. Проте багато задач перозв'язано до сьогодні, а розв'язуючи їх, як і в кожній математичній теорії, виникають нові задачі. У дисертації теорія рядів Діріхле розвивається в напрямку визначеному працями М. Шеремети та його учнів, які досліджували регулярне зростання основних характеристик рядів Діріхле у термінах функції порівняння та багаточленних асимптотик. Такі дослідження проводили М. Заболоцький, П. Філевич, Я. Притула, Р. Тарасюк, С. Фединак, О. Сумик, Л. Лугова, М. Гриців та інші. Перед дисертанткою стояло непросте завдання одержати результати для рядів Діріхле з невід'ємними зростаючими до $+\infty$ показниками, що були б порівняно з результатами попередників якісно новими. Зокрема, залишились відкритими проблеми про встановлення нових зв'язків між зростанням логарифмів максимуму модуля, максимального члена і поводженням коефіцієнтів рядів Діріхле з нульовою абсцисою абсолютної збіжності у термінах функції порівняння та багаточленної (зокрема тричленної) степеневій асимптотики, про отримання аналогів теореми Е. Ліндельофа і нерівності Дж. Уїттекера для абсолютно збіжних у півплощині рядів Діріхле скінченного R -порядку за Гайсиним.

З огляду на сказане вище, обрану тему дисертаційної роботи та проведені в ній дослідження вважаю актуальними як з точки зору теорії рядів Діріхле, так і її застосувань.

Оцінка змісту дисертації, обґрунтованість наукових положень, їх достовірність і новизна. Дисертація складається з переліку умовних позначень, чотирьох розділів, пов'язаних між собою тематикою та методами, висновків та списку використаних джерел. У першому розділі дисертації обґрунтовано актуальність теми роботи, сформульовано мету і задачі дослідження, зроблено огляд літератури за темою, обґрунтовано напрямки досліджень та коротко викладено зміст основних результатів автора.

У другому розділі дисертаційної роботи для рядів Діріхле з довільною абсцисою абсолютної збіжності і додатними коефіцієнтами отримано нові оцінки знизу і зверху їх сум. Зокрема, в теоремах 2.1 і 2.2 підрозділу 2.1 отримано такі оцінки знизу. В підрозділі 2.2 знайдено аналогічні оцінки зверху (див. теореми 2.3-2.6). Отримані оцінки застосовано у підрозділі 2.3 до дослідження зв'язку між зростанням максимуму модуля і максимального члена ряду Діріхле з довільною абсцисою абсолютної збіжності у термінах функції порівняння та багаточленних показникових і степеневих асимптотик. Основними в цьому підрозділі є теореми 2.7 і 2.9.

У третьому розділі, що складає більшу частину об'єму дисертації, встановлено зв'язок між зростанням логарифма максимального члена і поводженням коефіцієнтів ряду Діріхле з нульовою абсцисою абсолютної збіжності у термінах n -членної степеневій

асимптотики з $n \geq 3$. Основні результати цього розділу містяться в теоремах 3.1–3.8, які мають критеріальний характер і супроводжуються досить тонкими міркуваннями, що свідчать про високий рівень математичної культури здобувача. Показано непокрощуваність, у певному розумінні, умов цих теорем. В останньому підрозділі описано зв'язок між зростанням логарифма максимуму модуля і коефіцієнтів ряду Діріхле.

У четвертому розділі дисертації досліджено регулярне зростання рядів Діріхле з нульовою абсцисою абсолютної збіжності скінченного R -порядку за Гайсіним. При цьому, отримано аналоги класичної теореми Е. Ліндельофа (див. теореми 4.1–4.4) і нерівності Дж. Уїттекера (теореми 4.5 і 4.6).

Усі основні результати дисертаційної роботи є новими і науково обгрунтованими, правильно доведень яких не викликає сумнівів. Отримані результати доповнюють відповідні результати М. Шеремети, М. Заболоцького, П. Філевича, О. Сумик та Л. Лугової.

Дисертація написана чіткою, зрозумілою мовою, виклад матеріалу логічний і послідовний.

Публікації і апробація результатів роботи. Результати дисертації з достатньою повнотою опубліковано і анонсовано в 12 наукових працях, з них 6 у фахових періодичних виданнях (2 у наукометричній базі Scopus). Основні результати дисертації доповідались та обговорювались на 6 наукових конференціях і 3 спеціалізованих наукових семінарах, а тому пройшли належну апробацію.

Автореферат дисертації ідентично відображає її основні положення.

Значущість для науки результатів дисертації та рекомендації щодо їх використання. Дисертаційна робота присвячена розв'язанню ряду актуальних задач теорії рядів Діріхле з невід'ємними показниками, які стосуються асимптотичного поведіння максимуму модуля суми ряду Діріхле та його максимального члена.

Аналіз результатів, поданих у дисертації, показує, що основною заслугою автора є: – знаходження нових оцінок зверху та знизу ряду Діріхле з довільною абсцисою абсолютної збіжності і додатними коефіцієнтами, за допомогою яких отримано непокрощувані результати про співвідношення між зростанням максимуму модуля і максимального члена;

– встановлення зв'язку між зростанням максимуму модуля, максимального члена та поведінням коефіцієнтів ряду Діріхле з нульовою абсцисою абсолютної збіжності у термінах багаточленної (зокрема тричленної) степеневі асимптотики;

– отримання аналогів теореми Ліндельофа і нерівності Уїттекера для рядів Діріхле з нульовою абсцисою абсолютної збіжності скінченного R -порядку за Гайсіним.

Дисертаційна робота має теоретичний характер. Наукові результати дисертації є вагомим внеском в теорію рядів Діріхле, а також можуть бути використані як у загальній теорії аналітичних функцій, так і в інших розділах сучасної математики.

До числа наукових установ, для яких результати дисертації становлять інтерес, входять Інститут математики НАН України, Київський, Львівський, Харківський, Прикарпатський та Дрогобицький університети.

Зауваження. До зауважень та побажань можна віднести такі:

1) текст дисертації на сторінках 6^д–10₈ доцільно було б оформити у вигляді вступу перед розділом 1;

2) список використаних джерел складений з деякими огріхами. Доречним було б зробити посилання на список використаних джерел в першому і другому абзаці на стор. 6 та на початку другого абзацу стор. 7;

3) в дисертації повторюються означення деяких термінів та понять з переліку умовних позначень (див. стор. 11, 20, 33, 54, 130);

4) леми 3.3 та 3.4 можна об'єднати в одну лему (те саме стосується лем 3.6 і 3.7), а міркування на сторінках 60–66, доцільно було б оформити у вигляді доведення відповідних лем;

5) дисертація оформлена добре, проте наявна певна кількість друкарських помилок, дрібних опісок, неточностей і недоглядів, зокрема: вступі замість $\mu(\sigma)$ має бути $\mu(\sigma, F)$; на 13⁵ замість [75] має бути [73], на 17¹² замість [69] має бути [70], на 17⁵ замість [78] має бути [76], а на 19⁹ замість [2] має бути [72]; на 15⁸ замість σ_1^p і σ_2^p має стояти σ^{p_1} та σ^{p_2} , відповідно; на 21₁ слово "низзу" слід замінити на "зверху"; на стор. 22–23 в теоремах 2.3–2.6 замість (2.6) має стояти (2.8); на стор. 23 і 49 теорема 2.7 формулюється по-різному; на 24₅ лема має мати номер 3.11; на стор. 33 ряд Діріхле (1.1) перенумерований в (2.1); на 56₄ замість фрази "Для функції (3.1)" слід вжити фразу "Для похідної функції (3.1)"; на 58₆ в формулі (3.4) останній доданок має мати вигляд $O\left(\alpha^2 x^{\frac{1}{\rho_1+1}}\right)$; на 59⁸ в формулі (3.6) вираз $O\left(x^{\frac{2\rho_2-3\rho_1+\rho_2-1}{\rho_1+1}}\right)$ зайвий; на 60⁶⁻⁸ в інтегралах пропущено dx ; на 61³ замість $\frac{t^2}{dt}$ має бути $\frac{dt}{t^2}$; на 62¹² замість $G_1(t_{kj}, t_{kj}(1+\theta_{kj}), \Phi)$ має бути $G_1(t_k, t_k(1+\theta_k), \Phi)$; на 66₆ замість $\tau\left(\frac{t_k}{T_1\rho_1}\right)^{\frac{\rho}{\rho_1+1}}$ має бути $\tau\left(\frac{t_k}{T_1\rho_1}\right)^{\frac{\rho_1}{\rho_1+1}}$, а на 67⁶ замість $\frac{x}{T_1\rho_1}$ має стояти $\frac{t_k}{T_1\rho_1}$; на 74⁵⁻⁷ замість $|\sigma|^p + 1$ має стояти $|\sigma|^{\rho+1}$, а в 76₂ має бути $\alpha(x)x^{\frac{1}{\rho_1+1}} \rightarrow 0$; на 74¹⁰ замість (3.26) має бути (3.27), а на 77³ замість (3.30) має бути (3.29); у формулах (3.20), (3.65), (3.68), (3.77) та у твердженні 2 теорем 3.6–3.8 замість λ_n має бути λ_{nk} ; на 79₁ в формулі (3.32) пропущено символ "σ"; на 130₅ в формулі (4.1) має бути T_R^0 та ϱ_R^0 .

Вказані зауваження і недоліки не є суттєвими та жодним чином не впливають на загальну позитивну оцінку роботи.

Висновок. Дисертація є завершеною науково-дослідною працею, виконана на актуальну тему, містить нові науково обґрунтовані результати, які мають форму критеріїв, що в сукупності є суттєвими для розвитку теорії рядів Діріхле.

Дисертаційна робота "Асимптотичне поводження абсолютно збіжних у площині рядів Діріхле" відповідає всім вимогам МОН України щодо кандидатських дисертацій, а її автор, Стець Юлія Василівна, заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Офіційний опонент:

кандидат фізико-математичних наук, доцент,

доцент кафедри математики

Дрогобицького державного педагогічного
університету імені Івана Франка


Р. В. Хаць



3

24.05.2016р