

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу Вовка Олександра Володимировича «Числове моделювання нелінійних еволюційних задач дифузії-адвекції-реакції», подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика.

Актуальність теми дисертаційної роботи

Задачі дифузії-адвекції-реакції широко застосовуються для моделювання природних процесів, зокрема, вони виникають при дослідженні багатьох хімічних реакцій, напівпровідників, п'єзоелектриків тощо. Розвиток науки та техніки вимагає удосконалення цих моделей для вивчення складних фізичних явищ із все зростаючою точністю та надійністю отриманих результатів. Як наслідок, поставлені задачі стають нестационарними, нелінійними, сингулярно збуреними, а їхнє розв'язування, здебільшого в областях складної геометрії, потребує постійного розвитку існуючих числових методів у частині підвищення їхньої ефективності та надійності.

Що стосується сингулярно збурених задач, то їх дослідження, розпочате ще у 40-50-х роках минулого сторіччя А.М. Тіхоновим, на сьогодні перетворилось у галузь математики, що стрімко розвивається. Серед чисельних методів розв'язування таких задач найбільш поширеним є метод скінченних елементів (МСЕ). В свою чергу, необхідність надійного контролю точності наближень у межах МСЕ для різних прикладних задач призвела до появи досліджень апостеріорних оцінок похибки, що були започатковані наприкінці 70-х років у роботах І.Бабушки та В.Рейнболта. На основі цих оцінок будуються адаптивні проекційно-сіткові схеми для розв'язування нелінійних та/або сингулярно збурених задач дифузії-адвекції-реакції з наперед гарантованою точністю. Актуальним завданням тут є побудова таких апостеріорних оцінювачів похибок (АОП), які здатні якнайточніше відтворювати структуру похибки і є при цьому економічними та простими в імплементації. Важливою властивістю цих апостеріорних оцінювачів в адаптивних схемах є їхня надійність та ефективність, з яких можна отримати двосторонні оцінки похибки апроксимацій МСЕ. Слід відмітити суттєву різницю між апіорними та апостеріорними оцінками, а саме, останні не потребують явної інформації про точний розв'язок і знаходяться лише за даними, що отримані під час виконання обчислень. З іншого боку, у більшості відомих апостеріорних оцінювачів відповідні оцінки містять константи, про які



зазвичай лише відомо, що вони обмежені, а на практиці фактично можуть досягати великих значень. Це звужує можливості апостеріорного аналізу похибок апроксимацій МСЕ та позначається на ефективності адаптивних схем, які базуються на таких оцінювачах.

Не менш актуальним завданням на сьогодні є узгодження точностей просторової і часової апроксимацій та лінеаризації у числових схемах розв'язування нелінійних початково-крайових задач, оскільки поступ у вирішенні цього питання дозволить у перспективі уникнути зайвих ітерацій, які пов'язані із трудомістким розв'язуванням СЛАР великих порядків.

Рекурентні схеми, побудовані для розв'язування початково-крайових задач та h -адаптивні схеми МСЕ для крайових задач, потребують багаторазового розв'язування розріджених СЛАР великих порядків, способи розв'язування та зберігання яких суттєво позначаються на ефективності реалізованих проекційно-сіткових схем.

Дослідженню згаданих вище проблем і присвячена дисертаційна робота Вовка О.В.

Оцінка змісту та завершеності дисертації

Дисертаційна робота складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, додатків і списку використаних джерел (194 найменування). Дисертація містить 36 рисунків та 60 таблиць. Загальний обсяг дисертації становить 218 сторінок, основний текст роботи викладено на 148 сторінках.

У вступі обґрунтовано актуальність проблеми, основні методи її розв'язування, сформульовано мету дисертаційного дослідження.

У першому розділі достатньо повно висвітлено сучасний стан проблеми, сформульовано основні задачі, проаналізовано їхні особливості, зокрема, сингулярна збуреність та нелінійність. Також оглянуто класичні методи розв'язування згаданих задач.

Другий розділ дисертації містить аналіз особливостей застосування класичних схем МСЕ до розв'язування лінійних і слабо нелінійних крайових задач дифузії-адвекції-реакції. Серед питань, що тут розглядаються, варто відмітити такі:

- встановлення достатніх умов коректності вказаних задач,
- дослідження апроксимаційних властивостей гальоркінської дискретизації у комбінації з МСЕ.

Основним, центральним, розділом дисертації є третій розділ, що присвячений насамперед ефективному знаходженню АОП для побудованих вище схем МСЕ. При цьому дослідження відбуваються для лінійних (на

трикутних сітках), білінійних та квадратичних серендипових (на чотирикутних сітках) апроксимацій МСЕ. Значну увагу тут приділено знаходженню двосторонніх оцінок похибок через апостеріорні оцінювачі. Саме такий підхід дозволяє надійно та ефективно оцінити рівень похибки наближень під час виконання обчислювальної процедури. Приклади ефективного застосування апостеріорних оцінювачів наведені наприкінці розділу для сингулярно збурених задач з внутрішнім та примежевим шаром, а також для квазілінійних крайових задач з кутовою особливістю і з осцилюючим розв'язком.

Об'єктом досліджень четвертого розділу є задача Коші для систем нелінійних рівнянь першого порядку. Для ефективного розв'язування таких систем пропонується поєднати МСЕ з однокроковими рекурентними схемами інтегрування за часом. Для вказаного підходу надається обґрунтування та досліджуються апроксимаційні властивості. Порівняння запропонованого підходу з відомими раніше методами дозволяє встановити його перевагу у сенсі економічного використання обчислювальних ресурсів, насамперед, для систем з великою кількістю рівнянь.

Останній розділ дисертації присвячений побудові числових схем розв'язування деяких систем квазілінійних параболічних рівнянь другого порядку. Окремо висвітлюються такі важливі складові цих схем, як лінеаризація і напівдискретизація за просторовими та часовою змінними. Значна увага при цьому приділяється особливостям реалізації побудованих схем та їх застосуванню для моделювання спіральних хвиль в процесах окиснення. Розділ не містить доведених тверджень, тому має допоміжний характер і спрямований насамперед на демонстрацію ефективності побудованих алгоритмів за допомогою числових експериментів.

Сказане вище дозволяє стверджувати, що мета та завдання дисертаційної роботи досягнуті. Основні числові та теоретичні результати, отримані у дисертації, є новими та строго обґрунтованими. Дисертація є завершеною науковою працею. Теоретичні та практичні результати дисертаційного дослідження Вовка О. В. і можуть знайти широке застосування для розв'язання прикладних задач.

Основні положення та висновки дисертаційної роботи викладено у 9 наукових працях: 4 опубліковані у наукових фахових виданнях з переліку, затвердженого МОН України, та 5 – у закордонних виданнях. У матеріалах наукових конференцій опубліковано 21 тезу доповідей, серед яких 5 за кордоном.

Таке подання результатів наукової роботи та їх апробація є достатніми. Кількість публікацій, обсяг, якість, повнота висвітлення результатів та

розкриття змісту дисертації відповідає вимогам пп. 9, 11, 12 «Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника». Крім того, варто відзначити авторський комплекс програм, який є базою для порівняння, аналізу та розвитку запропонованих в дисертаційній роботі методик.

Ознайомлення з авторефератом дисертації дає підстави стверджувати, що за структурою та змістом він відповідає вимогам, що ставляться МОН України. Зміст автореферату та основні положення дисертації є ідентичними.

Дискусійні положення та зауваження

Позитивно оцінюючи здобутки дисертанта, вважаю за необхідне зазначити наступні дискусійні положення та зауваження до поданої дисертаційної роботи:

1. На с.43 р.13 зверху, виходячи з попередніх викладок, має бути

$$C = (\|\mu\| + l_0 \|\beta\| + l_0^2 \|\sigma\|) l_0^2 \mu_0^2 + Ll_0^2$$

замість

$$C = \max[(\|\mu\| + l_0 \|\beta\| + l_0^2 \|\sigma\|) l_0^2 \mu_0^2, Ll_0^2].$$

2. На с.47 у формулі (2.46) \inf по v треба шукати у просторі V^h , а не V .
3. На с.48 формула (2.51) буде вірною лише за умови $u \in H^{k+1}$, про що автор забув згадати.
4. На с.103 у формулі (3.67) в обох доданках стоїть апостеріорний оцінювач Діріхле. Насправді, один з цих доданків має містити АОП Неймана.
5. На с.123 р.10 знизу. Тут у формулі для порядку збіжності ОРС $p_T = \log_2 e_T - \log_2 e_T$ красиво записаний 0. Судячи з усього згадана формула має виглядати $p_T = \log_2 e_T^\Delta - \log_2 e_T^{\Delta/2}$, $e_T^\Delta = \|u_\Delta - u\|_T$.
6. Протягом всієї дисертації автор багато зусиль поклав на пошуки апостеріорних оцінок похибки. Бажано було більш уваги також приділити апріорним оцінкам похибки, оскільки вони доповнюють одна одну.
7. Оскільки усі запропоновані автором модифікації методів спрямовані на зменшення похибки наближень і на скорочення трудомісткості обчислень, то цілком логічним продовженням цих досліджень було б знаходження складності задач дифузії-адвекції-реакції. Нажаль, таких результатів у дисертації бракує.

Загалом, висловлені зауваження не ставлять під сумнів отримані наукові результати, а побажання можуть бути реалізовані у подальшій науковій роботі.

Дисертаційна робота на тему «Числове моделювання нелінійних еволюційних задач дифузії-адвекції-реакції» є завершеною, самостійно

підготовленою кваліфікованою науковою працею, в якій отримані нові науково обґрунтовані результати. Останні реалізовані у авторському програмному забезпеченні та у сукупності вирішують поставлене у дисертації наукове завдання.

Актуальність теми дисертації, ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, новизна та повнота викладу в опублікованих працях повністю відповідають вимогам до кандидатських дисертацій.

Вважаю, що за своїм науковим рівнем дисертаційна робота «Числове моделювання нелінійних еволюційних задач дифузії-адвекції-реакції», представлена на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук, відповідає вимогам пп. 9, 11, 12 «Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника», а її автор Вовк Олександр Володимирович заслуговує присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика.

Офіційний опонент:

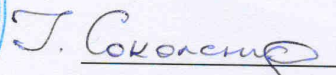
провідний науковий співробітник
відділу обчислювальної математики
Інституту математики НАН України,
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник



С. Г. Солодкий

Підпис Солодкого С. Г. підтверджую

Вчений секретар
Інституту математики НАН України
канд.фіз.-мат. наук Соколенко І.В.



09.06.2016