

побудови асимптотичних наближень для диференціальних рівнянь з малим параметром з імпульсним збуренням.

Але, не зважаючи на значну кількість праць, які присвячені побудові асимптотичних розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь з малим параметром при старших похідних, до сьогодні залишилася низка нерозв'язаних задач, зокрема, задача про побудову асимптотичних розв'язків сингулярно збурених мішаних задач для гіперболічних систем лінійних, напівлінійних та квазілінійних рівнянь першого порядку з двома незалежними змінними, коли малий параметр міститься при частині старших похідних. Саме питанням про побудову асимптотичних розв'язків для сингулярно збурених гіперболічних систем рівнянь першого порядку, коли малий параметр міститься лише при частині похідних, і присвячена дисертаційна робота Флюд О.В. "Мішані задачі для сингулярно збурених гіперболічних систем рівнянь першого порядку", а тому тема даного дисертаційного дослідження є актуальною.

Перейдемо тепер до короткої характеристики змісту дисертаційної роботи Флюд О.В.

У вступі дисертації обґрунтовано актуальність теми досліджень, викладено мету та завдання дослідження.

У першому розділі, згідно вимог щодо дисертаційних досліджень ДАК МОН України, детально проаналізовано наукові праці з теми дисертаційного дослідження.

У другому розділі дисертації розглянуто сингулярно збурені гіперболічні системи лінійних та напівлінійних систем, для яких за допомогою методу примежових функцій побудовано асимптотичні розв'язки лінійної гіперболічної системи рівнянь першого порядку для випадку, коли малий параметр міститься при частині похідних. При цьому вивчено системи рівнянь для функцій як регулярної, так і сингулярної частин асимптотики і показано, що члени сингулярної частини асимптотики мають властивості функцій примежового шару.

Доведено теорему про існування єдиного узагальненого розв'язку мішаної задачі для виродженої напівлінійної гіперболічної системи рівнянь першого порядку. Дана теорема використовується для дослідження систем рівнянь, що визначають доданки асимптотичних розв'язків сингулярно збурених гіперболічних систем напівлінійних рівнянь першого порядку. Тут також доведено теореми про різницю між точними та побудованими асимптотичними розв'язками.

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Флюд Оксани Володимирівни

*“Мішані задачі для сингулярно збурених гіперболічних систем
рівнянь першого порядку”*,подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних
наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Дисертаційна робота Флюд Оксани Володимирівни “Мішані задачі для сингулярно збурених гіперболічних систем рівнянь першого порядку” стосується сингулярно збурених диференціальних рівнянь з частинними похідними.

На сьогодні теорія сингулярно збурених диференціальних рівняння є важливим і цікавим розділом теорії диференціальних рівнянь, що активно розвивається, а сингулярно збурені задачі, як об’єкт дослідження, часто виникають при вивченні різних математичних моделей. Важливе практичне значення теорії сингулярно збурених диференціальних рівнянь пов’язано, перш за все з тим, що сингулярно збурені задачі дозволяють описати низку важливих фізичних явищ і процесів, серед яких варто згадати явище поширення тепла в тонких тілах, акустичні коливання в середовищі з малою в’язкістю, явище p - n -переходу в теорії напівпровідникових приладів, тощо. При цьому диференціальні рівняння з малим параметром, що описують згадані вище явища та процеси, як правило, є нелінійними, а тому чи не єдиним методом дослідження таких задач є асимптотичний аналіз, що дозволяє побудувати асимптотичні (наближені) розв’язки цих рівнянь, які в певному сенсі апроксимують їх точні розв’язки.

Серед різноманітних асимптотичних методів і підходів, запропонованих для вивчення сингулярно збурених диференціальних рівнянь з частинними похідними, чільне місце належить методу, який у 50-их роках минулого століття запропонували М.Й. Вішик і Л.А. Люстернік для побудови асимптотичних розв’язків нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними і який базується на ідеях примежових функцій Л. Прандтля. Цей метод у подальшому розвивався в працях багатьох відомих вчених (А.Б. Васильєва, В.Ф. Бутузов, М.Й. Крейн та інш.) і знайшов широке застосування при дослідженні різних задач теорії сингулярно збурених диференціальних рівнянь. Зокрема, у працях київських математиків А.М. Самойленка, О.А. Бойчука, В.Г. Самойленка та їх учнів цей метод використовувався для

побудови асимптотичних наближень для диференціальних рівнянь з малим параметром з імпульсним збуренням.

Але, не зважаючи на значну кількість праць, які присвячені побудові асимптотичних розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь з малим параметром при старших похідних, до сьогодні залишилася низка нерозв'язаних задач, зокрема, задача про побудову асимптотичних розв'язків сингулярно збурених мішаних задач для гіперболічних систем лінійних, напівлінійних та квазілінійних рівнянь першого порядку з двома незалежними змінними, коли малий параметр міститься при частині старших похідних. Саме питанням про побудову асимптотичних розв'язків для сингулярно збурених гіперболічних систем рівнянь першого порядку, коли малий параметр міститься лише при частині похідних, і присвячена дисертаційна робота Флюд О.В. "Мішані задачі для сингулярно збурених гіперболічних систем рівнянь першого порядку", а тому тема даного дисертаційного дослідження є актуальною.

Перейдемо тепер до короткої характеристики змісту дисертаційної роботи Флюд О.В.

У вступі дисертації обґрунтовано актуальність теми досліджень, викладено мету та завдання дослідження.

У першому розділі, згідно вимог щодо дисертаційних досліджень ДАК МОН України, детально проаналізовано наукові праці з теми дисертаційного дослідження.

У другому розділі дисертації розглянуто сингулярно збурені гіперболічні системи лінійних та напівлінійних систем, для яких за допомогою методу примежових функцій побудовано асимптотичні розв'язки лінійної гіперболічної системи рівнянь першого порядку для випадку, коли малий параметр міститься при частині похідних. При цьому вивчено системи рівнянь для функцій як регулярної, так і сингулярної частин асимптотики і показано, що члени сингулярної частини асимптотики мають властивості функцій примежового шару.

Доведено теорему про існування єдиного узагальненого розв'язку мішаної задачі для виродженої напівлінійної гіперболічної системи рівнянь першого порядку. Дана теорема використовується для дослідження систем рівнянь, що визначають доданки асимптотичних розв'язків сингулярно збурених гіперболічних систем напівлінійних рівнянь першого порядку. Тут також доведено теореми про різницю між точними та побудованими асимптотичними розв'язками.

У третьому розділі дисертації за допомогою методу примежових функцій вивчено задачу про побудову асимптотичних розв'язків сингулярно збурених гіперболічних систем лінійних рівнянь першого порядку із різними характеристичними нахилами для випадку, коли малий параметр міститься при частині старших похідних. Дано обґрунтування побудованих асимптотик.

У четвертому розділі дисертаційного дослідження доведено зв'язок між розв'язками мішаної задачі для гіперболічної системи квазілінійних рівнянь першого порядку з однією просторовою змінною та розв'язками відповідної задачі для системи, у якій відсутні похідні за часом. Доведено теорему про неперервну залежність розв'язку нелінійної крайової задачі для гіперболічної системи першого порядку в секторі.

На мій погляд, основні результати дисертаційної роботи Флюд О.В. полягають у наступному:

1. за допомогою методу примежових функцій побудовано асимптотичні розв'язки сингулярно збуреної лінійної гіперболічної системи рівнянь першого порядку у випадку, коли малий параметр міститься при частині похідних і доведено теореми про різницю між точним та побудованими асимптотичними розв'язками. Ці результати також поширено на випадок напівлінійних систем;

2. доведено теорему про існування єдиного узагальненого розв'язку мішаної задачі для виродженої напівлінійної гіперболічної системи рівнянь першого порядку;

3. для сингулярно збурених гіперболічних систем лінійних рівнянь першого порядку із різними характеристичними нахилами у випадку, коли малий параметр міститься при частині старших похідних, дано обґрунтування побудованих асимптотичних розв'язків;

4. встановлено зв'язок між розв'язками мішаної задачі для гіперболічної системи квазілінійних рівнянь першого порядку з однією просторовою змінною та розв'язками відповідної задачі для системи, у якій відсутні похідні за часом. Доведено теорему про неперервну залежність розв'язку нелінійної крайової задачі для гіперболічної системи першого порядку в секторі.

Разом з тим, щодо дисертаційної роботи Флюд О.В. "Мішані задачі для сингулярно збурених гіперболічних систем рівнянь першого порядку" можна висловити деякі побажання і зауваження, а саме:

1. в дисертації при побудові асимптотичних розв'язків задачі (2.1) вимагається виконання умови погодження першого порядку, яка суттєво звужує клас досліджуваних задач. Тому можна висловити таке побажання: у подальших дослідженнях дисертанту варто послабити ці умови, оскільки відразу розширюється клас задач, для яких будуються асимптотичні розв'язки. Аналогічні побажання можна висловити і стосовно умов (\tilde{H}_1) для системи рівнянь (2.36) та умов (H_2) для системи (3.1);

2. на с. 51 вказано, що формули для функцій \bar{G}_s , PG_s , QG_s записуються аналогічно, проте ці формули не записані. Згідно вимог щодо дисертаційних робіт всі формули мають бути записані, а твердження доведені;

3. результати другого розділу дисертації варто продемонструвати на конкретних прикладах, для того, щоб можна було отримати явний вигляд асимптотичних розв'язків і, зокрема, продемонструвати необхідність використання примежових функцій;

4. хоча основним об'єктом дослідження в третьому розділі є системи лінійних та напівлінійних рівнянь, дисертанту варто було розглянути конкретні приклади, які, без сумніву, збагатили б дану дисертаційну роботу, і дозволили побачити ефекти примежового шару, які є одними з основних досліджуваних явищ у роботі;

5. у четвертому розділі в якості демонстраційного прикладу розглянуто лінійну систему двох рівнянь, одне з яких є сингулярно збуреним. Оскільки основним об'єктом дослідження цього розділу є гіперболічна система квазілінійних рівнянь першого порядку, то на нашу думку варто було б розглянути приклад нелінійної (квазілінійної) системи. Перш за все, це пов'язано з тим, що нелінійні системи є більш складним і цікавим об'єктом досліджень, а відповідні приклади можуть продемонструвати особливості саме нелінійних (квазілінійних) задач.

6. у роботі наявні окремі невдалі вирази та описки. Наприклад, на с. 25, 39, 61 зазначено, що замкнена множина $\bar{\Omega}$ є областю, проте, область, як відомо, – це відкрита множина; на с. 27 зазначено, що функції $f_{i0}(x,t)$, $g_{s0}(x,t)$ – перші члени асимптотики, проте в асимптотичному аналізі функції, що містяться при ε^0 , зазвичай називають головними членами асимптотики, а першими членами асимптотики називають функції, що містяться при ε^1 ; на с. 27, 52, 73, 74 зазначено, що за допомогою примежових функцій “підправляється” розв'язок, проте краще було б

висловити цю думку дещо іншим чином, наприклад, так: "примежові функції дозволяють задовольнити" відповідні крайові чи початкові умови.

Не зважаючи на висловлені вище зауваження, дисертаційна робота Флюд О.В. "Мішані задачі для сингулярно збурених гіперболічних систем рівнянь першого порядку" написана на достатньо високому науковому рівні.

Всі основні результати дисертації Флюд О.В. є новими, строго обґрунтованими і сформульовані у вигляді теорем, доведення яких не викликає сумнівів.

Основні результати дисертації опубліковані у 18 наукових працях, серед яких 7 статей у наукових фахових виданнях та 11 тез у матеріалах міжнародних та всеукраїнських наукових конференцій.

Результати дисертації доповідалися на наукових семінарах з теорії диференціальних рівнянь.

Автореферат правильно і повно відображає зміст дисертації.

Таким чином, дисертаційна робота Флюд О.В. "Мішані задачі для сингулярно збурених гіперболічних систем рівнянь першого порядку" задовольняє всім вимогам "Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами, внесеними згідно з Постановою Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 року, щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор – Флюд Оксана Володимирівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент
старший науковий співробітник НДЛ "Диференціальні
рівняння та їх застосування у механіці"
механіко-математичного факультету
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка,
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник

Самойленко Ю.І.

Смф
Згідно з засвідчую

Декан
мех.-матем.
Ф-ту

