

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Фірмана Тараса Івановича

*“Задачі для зліченних гіперболічних систем
рівнянь першого порядку”*,

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння

Аналіз дисертаційної роботи Фірмана Тараса Івановича “Задачі для зліченних гіперболічних систем рівнянь першого порядку” дозволяє зробити наступні висновки щодо актуальності теми, обґрунтованості основних наукових положень та їх достовірності, наукової новизни, практичного значення, а також загальної оцінки роботи.

Актуальність теми дисертаційного дослідження. Дисертаційна робота присвячена дослідженню зліченних систем диференціальних рівнянь з частинними похідними першого порядку гіперболічного типу.

На даний час теорія зліченних систем диференціальних рівнянь є важливим і цікавим розділом теорії диференціальних рівнянь, що активно розвивається, а початково-крайові задачі, як об’єкт дослідження, часто виникають при вивченні різних математичних моделей. Важливе практичне значення теорії зліченних систем диференціальних рівнянь пов’язано, перш за все з тим, що різні типи задач, які ставляться для таких систем, дозволяють описати низку важливих фізичних явищ і процесів, серед яких, зокрема, задачі коливання складних коливних систем із розподіленими параметрами, теорії масового обслуговування, оптимального керування тощо. При цьому диференціальні рівняння з частинними похідними вищих степенів, що описують згадані вище явища та процеси, зазвичай, є нелінійними і при певних додаткових умовах можуть бути зведені до зліченних систем диференціальних рівнянь з частинними похідними першого порядку, зокрема, методом Фур’є.

Побудову теорії зліченних систем розпочато із робіт В. Харта, В. Рейда та А. М. Тихонова, в яких доведено теореми існування та єдиності розв’язків задач Коші для лінійних та напівлінійних, відповідно, зліченних систем звичайних диференціальних рівнянь. Активне дослідження таких систем, починаючи з другої половини минулого століття проводили, зокрема М. О. Красносельський, М. Г. Крейн, С. Г. Крейн, Ю. Л. Далецький, К.

П. Персидський, О. А. Жаутиков, К. Г. Валесев, А. М. Самойленко, Ю. В. Теплінський, Е. Хілле та інші.

Системи великої розмірності, які виникають в багатьох дослідженнях біології, хімії, зокрема, в задачах, що моделюють багатостадійний синтез речовини, є близькими за методикою досліджень до злічених систем ЗДР, оскільки їх можна розглядати як укорочення злічених систем. Такою проблематикою займалися Г. В. Демиденко, В. А. Лихошвай, С. І. Фадеева.

Незважаючи на значну кількість праць, які присвячені теорії злічених систем звичайних диференціальних рівнянь, до сьогодні залишилася низка нерозв'язаних задач, зокрема, питання існування та єдиності розв'язку задачі Коші для зліченої гіперболічної системи квазілінійних диференціальних рівнянь першого порядку в багатовимірному просторі, питання існування розв'язку мішаних задач для таких систем, існування та єдності розв'язку задач без початкових умов та багато інших. Саме питанню побудови якісної теорії для злічених гіперболічних систем диференціальних рівнянь першого порядку на площині, тобто у випадку однієї просторової змінної, і присвячена дисертаційна робота Фірмана Т. І. "Задачі для злічених гіперболічних систем рівнянь першого порядку", а тому тема даного дисертаційного дослідження є актуальною.

Структура та зміст дисертації. Дисертація обсягом 139 ст. складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел, який налічує 142 найменування.

У вступі обґрунтовано актуальність теми, сформульовано мету і завдання дослідження, визначено особистий внесок здобувача, відзначено наукову новизну отриманих результатів, а також подано інформацію про апробацію та публікацію результатів дисертації.

У першому розділі дисертації, посилаючись на 82 праці, зроблено аналіз робіт, які безпосередньо стосується предмету досліджень, викладених у наступних трьох розділах. Це свідчить про те, Т. І. Фірман знайомий із досягненнями за тематикою дисертації, володіє математичним апаратом досліджень, використаним у його роботі.

У другому розділі встановлено достатні умови локальної узагальненої розв'язності задачі Коші для зліченої гіперболічної системи квазілінійних рівнянь першого порядку вигляду

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \lambda_i(x, t, u_1, u_2, \dots) \frac{\partial u_i}{\partial x} = f_i(x, t, u_1, u_2, \dots), \quad i \in N,$$

з початковою умовою

$$u_i(x,0) = g_i(x), \quad i \in N.$$

Узагальненим розв'язком тут, згідно з означенням 2.2, є розв'язок відповідної системи інтегрально-функціональних рівнянь.

У підрозділі 2.2 для такої задачі побудовано вкорочену систему та доведено в теоремі 2.2, що за достатньо великих значень n розв'язки вихідної і вкороченої задачі будуть як завгодно близькими. Конструктивність цього дослідження полягає в тому, що при відомій асимптотиці $\varepsilon(n)$ і коефіцієнтів a_n при $n \rightarrow \infty$ маємо оцінку похибки розв'язку вкороченої системи, яка явно залежить від n .

Достатні умови глобальної узагальненої розв'язності задачі Коші для зліченної гіперболічної системи квазілінійних рівнянь першого порядку отримано у підрозділі 2.3 дисертації. Доведено (теорема 2.3) єдиність та існування (теорема 2.4) узагальненого розв'язку. Умови **H1** і **H2** досить жорсткі для перевірки, зокрема умова глобальної розв'язності системи рівнянь для характеристик.

Цікавий випадок у четвертому підрозділі, коли характеристики системи є однакові для усіх рівнянь. Знайдено умови існування та єдиності глобального класичного розв'язку задачі Коші. Т. І. Фірман вдало застосував одночасне інтегрування системи рівнянь та характеристичного рівняння із успішним використанням теореми Банаха про нерухому точку стискаючого відображення. У підрозділі 3.1 здобувач вдало проілюстрував поведінку характеристик $L_i(x,t)$ при зведенні мішаної задачі (3.1)-(3.3) до системи рівнянь (3.12), звернув увагу на умови погодження нульового порядку в точках $(0,0)$ і $(0,l)$.

У третьому розділі дисертації одержано достатні умови глобальної узагальненої розв'язності мішаної задачі для зліченної гіперболічної системи лінійних рівнянь у прямокутнику. Також побудовано вкорочену систему у підрозділі 3.2 та доведено, шляхом зведення до системи інтегро-функціональних рівнянь, що при достатньо великих значеннях n розв'язки вихідної іри вкороченої задач будуть як завгодно близькими. На відміну від теореми 2.2 оцінка похибки явно залежатиме від n , якщо явно задати $\delta(n) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$.

Заслуговує на увагу модельний приклад мішаної задачі для диференціального рівняння з частинними похідними четвертого порядку в 4.1. Показано, як таку задачу звести до мішаної задачі для зліченної гіперболічної системи та отримано точний і наближений розв'язки таких задач.

Розділ 4 дисертаційного дослідження присвячено вивченню окремих важливих класів злічених гіперболічних систем. У підрозділі 4.1 мішану задачу для зліченої гіперболічної системи напівлінійних рівнянь першого порядку з нелінійними крайовими умовами у випадку двох незалежних змінних у півсмузі. Для цієї задачі встановлено умови існування та єдиності як узагальненого, так і класичного розв'язку. В другому випадку здобувач оригінально скористався попередньою методикою, увівши допоміжну систему рівнянь (4.12) для похідних.

Для системи рівнянь (4.12) знайдено достатні умови коректної розв'язності задачі без початкових умов із крайовими умовами першого роду. Умови Н.1 складні, але підібрані так, щоб справджувалась теорема Арцела-Асколі при доведенні теореми 4.3. Також досліджено мішану задачу для виродженої зліченої гіперболічної системи напівлінійних рівнянь в прямокутнику, особливістю якої є наявність горизонтальних характеристик вигляду $\tau = t$. І в цьому випадку знайдено достатні умови існування єдиного неперервного розв'язку.

Наукова новизна отриманих результатів. Основні результати дисертаційної роботи Фірмана Т. І. полягають у тому, що одержано:

1) локальну узагальнену розв'язність задачі Коші для зліченої гіперболічної системи квазілінійних рівнянь з двома незалежними змінними та побудовано вкорочену систему;

2) глобальну класичну розв'язність задачі Коші для зліченої гіперболічної системи квазілінійних рівнянь з однаковим характеристичним числом;

3) глобальну узагальнену розв'язність мішаної задачі для зліченої гіперболічної системи напівлінійних рівнянь першого порядку в прямокутнику та доведено теорему про збіжність розв'язків укороченої системи до розв'язків зліченої;

4) глобальну класичну розв'язність мішаної задачі для зліченої гіперболічної системи напівлінійних рівнянь першого порядку в півсмузі;

5) глобальну розв'язність задачі без початкових умов для зліченої гіперболічної системи напівлінійних рівнянь першого порядку в смузі;

6) глобальну розв'язність мішаної задачі для виродженої зліченої системи гіперболічних рівнянь першого порядку з двома незалежними змінними в прямокутнику.

Практична цінність. Дисертаційна робота Т. І. Фірмана має насамперед теоретичний характер. Проте отримані результати можуть бути

застосовані в прикладних задачах інженерії для моделювання фізичних процесів, у задачах переносу, при дослідженні розподілених коливачів та інших прикладних задач.

Повнота викладення основних матеріалів дисертації в опублікованих працях. Основні результати дисертації опубліковано в 20 наукових працях, серед яких 7 статей у фахових виданнях, 7 тез доповідей у матеріалах 11 міжнародних та 2-х всеукраїнських наукових конференцій. Результати дисертації мають достатній рівень апробації і на авторитетних наукових семінарах у відомих наукових і навчальних закладах.

Відповідність автореферату змісту дисертації. Автореферат з достатньою повнотою відображає зміст, структуру та основні положення дисертації.

Оцінка змісту дисертаційної роботи, її завершеність та відповідність встановленим вимогам. Дисертаційна робота Т. І. Фірмана є завершеною науковою роботою і має вагомий теоретичний і практичний цінність. Всі наукові результати дисертації в розділах 2 – 4 чітко сформульовані, строго і детально доведені.

Дисертація написана професійною науковою мовою з використанням правильної української наукової термінології. За своєю структурою, обсягом та оформленням дисертаційна робота відповідає вимогам МОН України.

Зауваження та побажання до дисертаційної роботи. Суттєвих зауважень щодо змісту дисертації та її оформлення немає. Проте варто відзначити наступне:

1) результати підрозділу 2.1 дисертації варто продемонструвати на конкретних прикладах, зокрема, показати близькість розв'язків точної і вкороченої систем.

2) При доведенні теореми 2.2 не визначено функцію $\tilde{\varepsilon}(n)$.

3) В дисертації побудова глобального розв'язку задачі Коші для зліченної гіперболічної системи квазілінійних рівнянь обмежена випадком однакової характеристики для всіх рівнянь. Варто б розвинути такий методу на загальний випадок або з'ясувати у чому полягає основна складність?

4) При дослідженні квазілінійних рівнянь у розділі 2, було б добре розглянути приклади, які б дозволили проілюструвати ефект “розбіжності” характеристик, який є одним з основних досліджуваних явищ у випадку глобальної розв'язності задач для гіперболічних систем.

5) У підрозділі 4.2 для доведення теорем про існування та єдиність розв'язку задачі без початкових умов для напівлінійної системи використовуються дві умови H_1 і H_2 , які складно перевірити. Варто б знайти простіші умови або накласти обмеження на параметри задачі, які б забезпечували б виконання цих умов.

6) Означення 2.4, 4.1, 4.3 практично дублюють означення неперервного розв'язку 2.2, тому можна б їх не повторювати.

7) В роботі на рис. 3.1 зображено не графік, а поверхню, у праці [70] не 325, а 495 сторінок; на с. 20 систему звичайних диференціальних рівнянь не записано .

Однак, зазначені зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи, яка виконана на високому науковому рівні, містить ряд нових й оригінальних результатів.

ВИСНОВОК

Дисертаційна робота Т. І. Фірмана "Задачі для злічених гіперболічних систем рівнянь першого порядку", задовольняє вимоги "Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами, внесеними згідно з Постановою Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 року, щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор, Фірман Тарас Іванович, заслуговує присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент:

завідувач кафедри прикладної математики

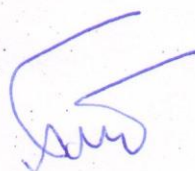
та інформаційних технологій

Чернівецького національного університету

імені Юрія Федьковича,

доктор фізико-математичних наук,

професор



Бігун Я. Й.

