

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу Лопушанського Андрія Олеговича

“Лінійні та нелінійні операторно-диференціальні рівняння на комплексних інтерполяційних шкалах”,

подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Дисертаційна робота містить нові результати про розв’язність та регулярність розв’язків задачі Коші для абстрактного рівняння, лінійного та півлінійного, крайових задач для параболічних рівнянь із дробовою похідною за часом, задачі Коші для диференціального параболічного рівняння з дробовою похідною і за часом, і за просторовими змінними в головній частині, нові достатні умови розв’язності нелінійних рівнянь типу Гамерштейна на комплексних інтерполяційних шкалах оператора ядра, про однозначну розв’язність прямих та обернених задач у просторах узагальнених функцій.

Абстрактній задачі Коші з дробовою похідною присвячено багато праць: Б. Баеумера, Е. Бажлекової, Р. Горенфіо, М. Капуто, А. Кочубея, А. Кілбаса, А. Ворошилова та інших. У роботах П. Гривара і Г. да Прато акцент зроблено на ослабленні умови щодо правої частини класичного абстрактного параболічного рівняння, тобто, на так званій проблемі максимальної регулярності. Проблема максимальної регулярності розв’язків еліптичних та параболічних крайових задач вивчається також у працях В. Михайлеця, О. Мурача, В. Лося та їх учнів.

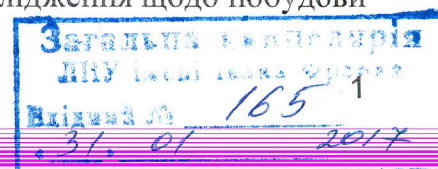
Обернені крайові задачі у просторах гладких функцій вивчались у багатьох працях, зокрема, М. Іванчовим для рівняння теплопровідності, а для рівняння дробової дифузії – М. Ямамото, Т. Ямазакі, Ж. Накагава, Ж. Ченгом, М. Кіране, М. Ель-Бораї та багатьма іншими. У просторах узагальнених функцій такі задачі не вивчались. Отже, тема дисертаційного дослідження Лопушанського А.О. є актуальною і має важливе значення.

Дисертаційна робота складається зі вступу, переліку умовних позначень, шести розділів, висновків і списку використаних джерел, який містить 282 найменувань.

У вступі зроблено короткий огляд результатів за темою дисертації, обґрунтовано актуальність тематики, сформульовано мету та задачі дослідження, відзначено новизну, апробацію та практичне значення результатів дослідження, а також внесок автора дисертації.

У розділі 1 проведено огляд літератури за темою дисертації, введено основні поняття, використані в дисертаційній праці, сформульовано деякі з одержаних результатів.

Один з основних методів, що застосовується в роботі – метод комплексної інтерполяції на банахових парах просторів. Тому розділ 2 дисертації присвячено секторіальним операторам. Викладено проведені автором дослідження щодо побудови



функцій від секторіальних операторів на абстрактних банахових просторах та на апроксимовній алгебрі Вінера аналітичних функцій нескінченної кількості змінних, яка має істотне застосування в теорії стохастичних Вінерівських процесів. Введено інтерполяційну шкалу банахових пар просторів та показано її застосування до теорії збурень секторіальних операторів. Одержані у цьому розділі результати істотно використовуються у третьому та четвертому розділах дисертації.

У розділі 3 одержано деякі з основних результатів – теореми про однозначну розв'язність та максимальну регулярність розв'язків задачі Коші для абстрактного рівняння з дробовою похідною, а також задачі Коші для такого ж рівняння, збуреного на інтерполяційних просторах банахової пари заданого оператора. Одержано теореми про однозначну розв'язність та максимальну регулярність розв'язку крайової задачі для параболічного рівняння з дробовою похідною за часом у просторах беселевих потенціалів, а також при збуреннях рівняння псевдодиференціальними доданками. Крім цього, у цьому розділі подано новий наближений метод побудови розв'язку абстрактної, а також диференціальної задачі зі збуреним оператором через розв'язки незбуреної задачі.

Розділ 4 присвячено в основному знаходженню достатніх умов розв'язності та максимальної регулярності розв'язків нелінійних операторних рівнянь Гамерштейна на комплексних інтерполяційних шкалах, зокрема, нелінійних інтегральних рівнянь Гамерштейна на просторах беселевих потенціалів, та знаходженню достатніх умов існування розв'язків задачі Коші для півлінійних рівнянь із дробовою похідною, дослідженню їх регулярності.

У розділі 5 доведено теореми про однозначну розв'язність задачі Коші для рівнянь, які крім дробової похідної за часом містять дробовий оператор диференціювання за просторовими змінними в головній частині, у просторах узагальнених функцій типу D' , розв'язність крайових задач для рівнянь із дробовою похідною за часом у просторах узагальнених функцій, однозначну класичну за часом зі значеннями в просторах беселевих потенціалів розв'язність таких задач.

Розділ 6 присвячений однозначній розв'язності обернених задач для дифузійно-хвильових рівнянь з регулярними даними та даними з різних просторів узагальнених функцій. Зокрема, досліджено обернені задачі з невідомим старшим чи молодшим коефіцієнтом, залежним від часу, або з невідомою, залежною від часу чи просторової змінної правою частиною рівняння, або з невідомими початковими даними.

Робота має теоретичний характер, але її результати можуть бути використані при розв'язуванні прикладних задач, моделями яких є досліджені у дисертації задачі.

Дисертаційна робота Лопушанського А.О. виконана на високому науковому рівні. Тематика роботи є актуальною. Отримані у дисертаційній роботі результати є достовірними. У ній містяться акуратні доведення сформульованих теорем та тверджень.

Результати дисертації є новими, достатньо повно опублікованими у 29 статтях

фахових періодичних видань, з яких 8 у журналах, що входять до наукометричних баз даних, а також у 24 працях – матеріалах та тезах доповідей на конференціях.

Дисертаційна робота оформлена акуратно з дотриманням вимог, що ставляться до дисертацій. Автореферат повно та правильно відображає зміст та основні положення дисертації.

Щодо змісту дисертаційної роботи та її оформлення є окремі зауваження:

- 1) у формулюванні теорем 4.2 та 4.5 замість “при певних обмеженнях щодо T ” треба було записати конкретно ці обмеження;
- 2) у задачах (5.1), (5.16) та (6.75)–(6.77) не описано, що таке a , хоч з контексту випливає, що це ненульова стала (вона входить множником у знаменники формул (5.9), (5.10));
- 3) у припущенні (F) на с. 275 доцільніше було б розглянути два випадки для $\alpha \in (0,1]$ і $\alpha \in (1,2)$, оскільки умова $F_2 = 0$ при $\alpha \in (0,1]$ означає, що друга початкова умова існує і є однорідною, аналогічно в припущенні (D) на с. 280;
- 4) у дисертації присутні граматичні та стилістичні неточності:

- неточно зроблено зсилку на конференцію М. Кравчука (с. 19);
- на с. 30 замість $r \in R$ треба $r \in \mathbb{R}$, оскільки нижче буквою R позначено резольвенту;

- на с. 95 інтеграли $\int_{\gamma}^{\infty} e^{z(r,\alpha)} dr / r\pi$ та $\int_{-z(\gamma,\alpha)}^{\infty} e^{-s} ds / s\pi$ краще записувати у вигляді $\int_{\gamma}^{\infty} \frac{e^{z(r,\alpha)} dr}{r\pi}$ та $\int_{-z(\gamma,\alpha)}^{\infty} \frac{e^{-s} ds}{s\pi}$ відповідно, а замість інтеграла $\int_{-z(\gamma,\alpha)}^{\infty} e^{-s} ds / \pi$ на цій же ж сторінці має бути інтеграл вигляду $\int_{-z(\gamma,\alpha)}^{\infty} \frac{e^{-s} ds}{s\pi}$;

- у записі $F_0 - F_3$ – задані функції на с. 232 краще було б F_0, \dots, F_3 – задані функції, те саме на с. 244;
- у списку використаних джерел є неточності в оформленні джерел [61], [102], [155], у джерелах [1], [28], [110], [130], [140] та ін. відсутня кількість сторінок, одні і ті ж журнали оформлено по-різному (див. [56] та [58], [64] та [106]);
- присутні граматичні описки в окремих словах, наприклад, на сторінках 18, 31, 44, 50, 59, 69, 84, 108, 125, 201, 237, 256, 279, 290, 299.

- 5) у дисертації присутні також описки: на с. 32 у компонент вектор-функції $f^{(j)}(x)$ пропущено круглі дужки; на с. 34 у нормі $\|B_j\|$ повинно бути $\|B_j u\|$; на с. 37 замість $v_{\tau}^{(m)}$ має бути $v^{(m)}$; на с. 74 замість зсилки на лему 3.3 треба на лему 2.3; на с. 191 у границі замість $t \rightarrow +\infty$ має бути $z \rightarrow +\infty$; є описка на с. 211 у визначенні виразу $(-i\xi)^{\gamma}$.

Однак, ці зауваження не мають принципового значення і не впливають на

загальну позитивну оцінку роботи.

Оцінюючи роботу в цілому, треба відзначити, що дисертація Лопушанського А.О. є завершеним науковим дослідженням, у якому одержано нові теоретичні результати з теорії операторно-диференціальних рівнянь, з теорії обернених крайових задач для рівнянь з дробовими похідними, а також з теорії функціонального числення операторів.

Вважаю, що дисертаційна робота “Лінійні та нелінійні операторно-диференціальні рівняння на комплексних інтерполяційних шкалах” за своїм науковим рівнем, актуальністю і одержаними науковими результатами відповідає сучасному рівню розвитку математики і всім вимогам чинного “Порядку присудження наукових ступенів” (Постанова КМУ від 24 липня 2013 р. № 567), що висуваються до дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук, а її автор Лопушанський Андрій Олегович заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук, професор,
завідувач кафедри вищої математики

Національного університету “Львівська політехніка”

Нитребич З.М.

Підпис професора Нитребича З.М. засвідчую.

Вчений секретар

Національного університету

„Львівська політехніка”, доцент

30.01.2017



Брилинський Р.Б.