

ВІДГУК

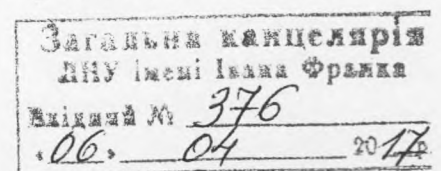
офіційного опонента
на дисертацію Тимківа Івана Романовича
„Багатоточкові задачі для лінійних параболічних
рівнянь зі змінними коефіцієнтами”,
поданої до захисту на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

В останні десятиріччя активно досліджуються задачі з багатоточковими умовами для диференціальних рівнянь та їх систем. Інтерес до їх вивчення зумовлений як потребою загальної теорії багатоточкових задач, так і тим, що такі задачі є моделями багатьох фізичних процесів.

Дослідженню задач з багатоточковими умовами для рівнянь із частинними похідними присвячено багато робіт. Серед них варто відзначити праці Ю. М. Березанського, В. М. Борок, Ю. М. Валіцького, В. І. Горбачук, М. Л. Горбачука, В. В. Городецького, О. О. Дезіна, П. І. Каленюка, М. І. Матійчука, З. М. Нитребича, І. Д. Пукальського, В. К. Романка, Л. В. Фардиголи, М. Й. Юрчука та інших авторів, де переважно виділено випадки коректно поставлених задач.

Багатоточкові задачі для рівнянь із частинними похідними є, назагал, некоректними за Адамаром, а їх розв'язність у багатьох випадках пов'язана з проблемою малих знаменників. Проблема малих знаменників полягає в тому, що в розв'язки задач, які зображуються у вигляді рядів Фур'є, входить нескінченна кількість членів із коефіцієнтами, знаменники яких можуть бути як завгодно близькими до нуля, що зумовлює розбіжність цих рядів. Ця проблема в різний час виникала в роботах П. Лапласа, А. Пуанкаре, А. М. Колмогорова, В. І. Арнольда та інших авторів при дослідженні задач небесної механіки, теорії динамічних систем, задач про траєкторії на торі, про відображення кола на себе. Для розв'язання проблеми малих знаменників зручним виявився метричний підхід.

У школі Б. Й. Пташника, використовуючи метричний підхід до оцінок низу малих знаменників, встановлено коректну розв'язність задач з багатоточковими умовами за виділеною змінною для лінійних гіперболічних та безтипних рівнянь, а також для деяких класів параболічних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.



Дисертація І. Р. Тимківа присвячена вивченню задач з багатоточковими умовами за часовою змінною та умовами, зокрема, періодичності, типу Діріхле за просторовими змінними для лінійних параболічних рівнянь та систем рівнянь зі змінними коефіцієнтами. Такі задачі є мало вивчені, тому дослідження їх коректності та вивчення властивостей їх розв'язків є важливою науковою проблемою та становить як теоретичний, так і практичний інтерес. Отже, тематика роботи є *актуальною*.

Дисертаційна робота І. Р. Тимківа складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел.

У *вступі* обґрунтовано актуальність тематики дисертаційної роботи, сформульовано мету та задачі дослідження, описано основні результати дисертації, відзначено новизну, апробацію та практичне значення результатів дослідження.

У *першому розділі* дисертації зроблено достатньо повний огляд літератури, яка стосується тематики дисертаційного дослідження.

У *другому розділі* наведено деякі допоміжні твердження з метричної теорії чисел, а також із теорії міри та розмірності Гаусдорфа. Показано, як за допомогою апарату поділених різниць будується фундаментальна система розв'язків звичайного лінійного диференціального рівняння та встановлено ряд властивостей цієї системи. Викладено загальну методичку дослідження задач дисертації та проаналізовано структуру розв'язків цих задач.

У *третьому розділі* дисертації досліджено коректність та побудовано розв'язки задач з локальними багатоточковими умовами за часовою змінною у випадку простих вузлів інтерполяції для лінійних параболічних рівнянь вищих порядків із залежними від просторових змінних коефіцієнтами. У цьому розділі також досліджено однозначну розв'язність двоточної задачі для параболічних за Петровським рівнянь другого порядку за часовою змінною та багатоточної задачі з кратними вузлами для параболічних рівнянь з факторизованим оператором з коефіцієнтами, залежними як від часової, так і від просторових змінних. Наведено приклади задач, які ілюструють основний теоретичний матеріал. Розглянуті в цьому розділі задачі раніше не досліджувались.

У *четвертому розділі* дисертації встановлено умови коректної розв'язності двоточної задачі для параболічних за Петровським систем другого порядку за часовою змінною та задачі з багатоточковими умовами для параболічних за Петровським систем вищих порядків і доведено, що такі умови виконуються для майже всіх (стосовно міри Лебега) векторів, складених із коефіцієнтів систем, коефіцієнтів багатоточкових умов та значень вузлів

інтерполяції. Результати цього розділу є перенесенням результатів попереднього розділу для рівнянь на випадок систем рівнянь.

Робота має теоретичний характер, її результати можуть бути використані у подальших дослідженнях задач для рівнянь із частинними похідними, а також при дослідженні конкретних прикладних задач, моделями яких є розглянуті в дисертації задачі.

При виконанні дисертаційної роботи І. Р. Тимків подолав значні труднощі як аналітичного характеру, пов'язані з явною побудовою розв'язків у вигляді рядів та оцінювання їх норм у відповідних функційних просторах, так і теоретичного характеру, пов'язані з доведенням нових метричних тверджень про оцінки знизу малих знаменників складної нелінійної структури, що виникли при побудові розв'язків розглянутих задач.

Дисертаційна робота І. Р. Тимківа є цілісною, добре структурованою науково-дослідною роботою, яка написана на належному науковому рівні. Результати дисертації є новими та строго науково обґрунтованими. Для сформульованих у роботі нових тверджень, лем та теорем наведено достатньо повні доведення, більшість результатів проілюстровано прикладами. Основні результати досліджень достатньо повно висвітлені автором у наукових фахових виданнях, апробовані на багатьох наукових конференціях та семінарах.

Зміст автореферату дисертації цілком відповідає основним положенням дисертаційної роботи.

Слід зауважити однак, що рецензована дисертаційна робота не позбавлена деяких недоліків:

1. У другому розділі дисертації в окремий підпункт, на мою думку, варто було б зібрати всі необхідні результати про власні значення та власні функції для диференціальних операторів Штурма-Ліуввілля, Бесселя та еліптичного оператора за всіма просторовими змінними.
2. При доведенні теореми 3.5 в якості метричних параметрів вибрано явні частини коефіцієнтів рівняння (3.1), які стоять при найвищих похідних за просторовими змінними. Варто було б вияснити, чи можна в якості метричних параметрів вибрати інші коефіцієнти цього рівняння.
3. У підрозділах 4.1 та 4.2 для спрощення викладок додатково припускається, що корені відповідних характеристичних многочленів (4.4) та (4.68) є простими. Варто було б коротко пояснити, як діяти у випадку кратних коренів.

Однак перелічені недоліки не зменшують цінності дисертаційної роботи та не впливають на її загальну позитивну оцінку.

Вважаю, що дисертаційна робота І. Р. Тимківа “Багатоточкові задачі для лінійних параболічних рівнянь зі змінними коефіцієнтами” виконана на високому науковому рівні, задовольняє всім вимогам “Порядку присудження наукових ступенів” щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор Тимків Іван Романович, заслуговує присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Професор кафедри диференціальних рівнянь
Львівського національного університету
імені Івана Франка,
доктор фіз.-мат. наук, професор



Бокало М. М.

Підпис професора Бокало М. М. засвідчую.

Вчений секретар
Львівського національного університету
імені Івана Франка, доцент
06.04.2017

