

## Відгук

офіційного опонента про дисертаційну роботу

*Тимківа Івана Романовича*

“Багатоточкові задачі для лінійних параболічних рівнянь зі змінними коефіцієнтами”, подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Дослідження задач з багатоточковими умовами за виділеною змінною для диференціальних рівнянь із частинними похідними та їх систем є важливим напрямом сучасної теорії диференціальних рівнянь. Такі задачі виникають також при моделюванні багатьох фізичних та технологічних процесів.

У роботах Ю.М. Березанського, В.М. Борок, Ю.М. Валіцького, М.Л. Горбачука, О.О. Дезіна, П.І. Каленюка, М.І. Матійчука, З.М. Нитребича, І.Д. Пукальського та інших авторів розроблено методи дослідження двоточкових і багатоточкових задач для широких класів рівнянь із частинними похідними. Для дослідження таких задач одним із ефективних методів є метод рядів Фур’є з використанням метричного підходу для оцінювання малих знаменників, що виникають у коефіцієнтах рядів при зображенні розв’язків задач. Ця методика, започаткована Б.Й. Пташником, використовувалася ним для встановлення умов коректності багатоточкових задач для рівнянь із частинними похідними. У роботах Б.Й. Пташника та його учнів використано метричний підхід для дослідження умовно коректних задач з багатоточковими умовами за виділеною змінною для лінійних гіперболічних та безтипних рівнянь скінченного та нескінченного порядків, а також для деяких класів параболічних рівнянь зі *сталими коефіцієнтами*. Багатоточкові задачі для рівнянь зі змінними коефіцієнтами на теперішній час, практично, не вивчалися. Отже, встановлення коректної розв’язності задач з локальними двоточковими та багатоточковими умовами за часовою змінною для лінійних параболічних рівнянь та систем таких рівнянь зі *змінними коефіцієнтами* є актуальною проблемою.

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел, який налічує 137 найменувань.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету і задачі дослідження, відзначено їх наукову новизну, наведено відомості про апробацію результатів роботи та публікації за темою дисертації.

У першому розділі наведено короткий огляд результатів досліджень задач з багатоточковими умовами для рівнянь та систем рівнянь із

Загальна канцелярія	
ЛНУ імені Івана Франка	
Вхідний №	374
Дб.	09 10/17

частинними похідними та диференціально-операторних рівнянь, а також праць, безпосередньо пов'язаних з дисертацією.

У другому розділі наведено деякі допоміжні твердження з метричної теорії чисел, міри та розмірності Гаусдорфа, викладено загальну методику дослідження задач дисертації та проаналізовано структуру розв'язків цих задач. За допомогою апарату поділених різниць побудовано фундаментальну систему розв'язків звичайного диференціального рівняння та встановлено ряд властивостей цієї системи.

У третьому розділі встановлено умови: а) існування, єдиності та неперервної залежності від вихідних даних розв'язків двоточкових задач для параболічних за Петровським рівнянь зі змінними за просторовими координатами коефіцієнтами; б) коректності багатоточкової задачі з простими вузлами інтерполяції для параболічних за Петровським рівнянь високого порядку та  $\overline{2b}$ -параболічного рівняння з оператором Бесселя, що діє за однією з просторових змінних; в) коректної розв'язності багатоточкової задачі з кратними вузлами інтерполяції для рівнянь з факторизованим параболічним оператором з коефіцієнтами, залежними як від часової змінної, так і від просторових координат. У загальному випадку розв'язність таких задач пов'язана з проблемою малих знаменників, для оцінки знизу яких використано метричний підхід. Розглянуто часткові випадки багатоточкових задач, в яких відсутня проблема малих знаменників, та наведено приклади, які ілюструють основний теоретичний матеріал.

У четвертому розділі встановлено умови коректної розв'язності задачі з двоточковими умовами за часовою змінною і умовами типу Діріхле за просторовими координатами для параболічної системи другого порядку, досліджено задачу з багатоточковими умовами для параболічної системи високого порядку та довільного розміру. При цьому встановлено нові метричні твердження про оцінки знизу малих знаменників і показано, що такі оцінки виконуються для майже всіх (відносно міри Лебега) векторів, складених із коефіцієнтів системи, коефіцієнтів умов та вузлів інтерполяції. Побудовано явні формули для розв'язків цих задач у вигляді рядів за системою ортогональних функцій.

Задачі дисертаційної роботи об'єднані спільною методикою дослідження щодо однозначної розв'язності сформульованих завдань у різних функціональних просторах з використанням метричної теорії чисел. Під час проведення цих досліджень І.Р. Тимків подолав ряд труднощів, пов'язаних з конструктивною побудовою розв'язків задач, розглянутих у дисертації, аналізом збіжності рядів, у вигляді яких зображуються ці розв'язки, та з оцінюванням знизу малих знаменників, які в багатьох

випадках мають складну нелінійну структуру. В кінці кожного підрозділу дисертації наведено коротку порівняльну характеристику отриманих результатів із результатами інших авторів. Вважаю, що запропоновані ним методи можна надалі застосовувати при дослідженні умовно коректних крайових задач для рівнянь з частинними похідними в обмежених областях.

Усі результати дисертації є новими і строго доведеними, достатньо повно опублікованими в 8 фахових виданнях, з яких 3 статті – у виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз даних. Отримані результати були апробовані на 10 наукових конференціях.

Зміст автореферату правильно і повністю відображає основні положення дисертації.

Дисертаційна робота оформлена акуратно і згідно з вимогами, які ставляться до оформлення дисертацій. Викладення матеріалу чітке, логічне і послідовне, хоча є деякі зауваження щодо цього.

- 1) Варто детальніше охарактеризувати простори  $E_{\omega(\alpha,\beta)}^X$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , які істотно використовуються в дисертації. Наприклад, якщо  $\alpha, \beta < 0$  (або  $\alpha > 0, \beta < 0$ ), то елементами цього простору є лінійні неперервні функціонали, які ототожнюються з формальними рядами Фур'є, коефіцієнти Фур'є  $c_k$  яких зростають експоненціальним чином при  $|x| \rightarrow +\infty$ . Ці простори близькі до негативних просторів, побудованих за модулем оператора диференціювання, який є невід'ємним самоспряженим оператором в гільбертовому просторі  $L_2[0, 2\pi]$  з суто дискретним спектром і власними функціями  $e^{ikx}$ . Якщо  $\alpha, \beta > 0$ , то простір  $E_{\omega(\alpha,\beta)}^X$  складається з нескінченно диференційовних функцій, коефіцієнти Фур'є яких швидко прямують до нуля при  $|x| \rightarrow +\infty$ . Слід розглянути також й інші випадки.
- 2) У четвертому розділі дисертації досліджуються двоточкова та багатоточкова задачі для лінійних однорідних параболічних систем рівнянь. Запропоновану автором методику можна також використати при дослідженні відповідних задач для лінійних неоднорідних систем рівнянь.
- 3) У підрозділі 3.1 для оцінки знизу малих знаменників використано міру та розмірність Гаусдорфа, а в усіх наступних підрозділах міру Лебега. Виникає запитання: чи можна в цих підрозділах для оцінки знизу малих знаменників використати міру та розмірність Гаусдорфа?
- 4) У роботі зустрічаються стилістичні та граматичні огріхи, деякі описки в математичних формулах (напр., с. 14, 32, 46, 60, 93, 142 та ін.).

Вказані зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку роботи. Дисертація є завершеною науковою працею. У ній отримані нові науково обґрунтовані теоретичні результати, що в сукупності є суттєвим досягненням для розвитку теорії параболічних рівнянь.

Вважаю, що дисертаційна робота “Багатоточкові задачі для лінійних параболічних рівнянь зі змінними коефіцієнтами” за своїм науковим рівнем, актуальністю і одержаними науковими результатами відповідає сучасному рівню розвитку математики і всім вимогам “Порядку присудження наукових ступенів”, затверджених Постановою Кабінету Міністрів України №567 від 24 липня 2013 року зі змінами, внесеними згідно з Постановою Кабінету Міністрів України №656 від 19 серпня 2015 року, щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор Тимків Іван Романович заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент –  
доктор фізико-математичних наук,  
професор, завідувач кафедри  
алгебри та інформатики  
Чернівецького національного  
університету імені Юрія Федьковича

Городецький В.В.

Підпис Городецького В.В. засвідчую  
Начальник відділу кадрів Чернівецького  
національного університету  
імені Юрія Федьковича  
[Signature]  
" 03 " 04 2004 р.

