Відгук

про дисертацію **Гіщак Тетяни Ігорівни** *"Межові властивості функцій з просторів типу Гарді"*, подану до захисту на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

1. *Актуальність дослідження і його мета.* Дослідження структури просторів аналітичних функцій перебуває у центрі уваги багатьох математиків починаючи з 20-их років минулого століття. На даний час глибоко розробленими є теорії просторів Гарді (в тому числі простору обмежених аналітичних функцій), Бергмана, Діріхле, BMO та цілого ряду інших просторів. Появу теорії просторів Гарді зазвичай пов'язують з виходом статей Гарді (1915 р.) і Ф. Ріса (1923). Основний зміст першої з цих статей становить спостереження, що для аналітичної в одиничному крузі відмінної від тотожнього нуля функції f величина

$$M_p(r,f) := \left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |f(re^{i\theta})|^p d\theta\right)^{1/p},\ p>0,\ 0<r<1$$

має ті ж властивості, що й функція $M_f(r) = M_\infty(r,f) := \max\{|f(z)|\colon |z|=r\}$: є опуклою відносно $\ln r$ неспадною функцією. Це спостереження наштовхнуло Ф. Ріса на думку поряд з класом H^∞ обмежених аналітичних функцій запровадити в розгляд класи H^p, $p>0$ аналітичних функцій таких, що $\sup\{M_p(r,f)\colon r\in(0,1)\}<+\infty$. У такому вигляді дані класи (простори Гарді) досліджувались у статтях братів Рісів, Гарді, В.І. Смірнова та їхніх численних послідовників. У подальшому дослідження цих класів істотно вплинуло на розвиток теорії рядів і інтегралів Фур'є, на теорію сингулярних інтегралів, виявили важливу роль цих класів в гармонійному аналізі, у різних питаннях граничних властивостей аналітичних функцій, у теорії степеневих рядів, теорії операторів, теорії випадкових процесів, у теорії апроксимації і т.п., виявились нові зв'язки цих просторів з дійсним аналізом. Розширення класичних просторів аналітичних функцій, зокрема просторів Гарді, часто веде до істотної зміни їх властивостей. Так, простори Гарді з вагами Макенхаупта якісно зберігають основні властивості класичних просторів. Проте вже для просторів, що означаються за допомогою ваг експоненційного типу, які дуже продуктивно досліджували Н.В. Говоров, Б.В. Винницький, В.М. Дільний, спостерігається багато істотних відмінностей як у твердженнях, які при цьому вдається отримати, так і у підходах та методах, які при цьому вдається застосовувати. З огляду на сказане вище актуальним є дослідження властивостей вагових просторів Гарді з вагою екпоненційного типу. Незважаючи на значну кількість праць у цьому напрямку, ряд важливих проблем, які стосуються вивчення межових властивостей аналітичних функцій, залишалися відкритими або недослідженими. Зокрема, такими є наступні розглянуті у дисертації Т.І. Гіщак проблеми: проблема отримання теорем єдиності та існування у просторах $H^p_\sigma(\mathbb{C}_+)$, $\sigma>0$, $1\le p\le\infty$, введених у розгляд Б.В. Винницьким; проблема повного опису трансляційно інваріантних підпросторів у просторі $H^p_\sigma(\mathbb{C}_+)$; проблема еквівалентності для функцій з простору $H^\infty_\sigma(\mathbb{C}_+)$, $\sigma>0$, швидкого зростання у деякому сенсі вздовж уявної осі та швидкого спадання вздовж дійсної півосі; проблема опису властивостей простору, що визначається перетином вагових просторів Гарді; проблема відшукання нових способів розщеплення функцій з $W^1_\sigma(\mathbb{C}_+)$ та встановлення умов розв'язності задачі розщеплення.

У цьому зв'язку не повинно, на нашу думку, виникнути сумніву в актуальності розгляду перелічених тут проблем.

2. *Наукова новизна результатів дисертаційної роботи.* Всі отримані у дисертації наукові результати є новими. У дисертації розв'язано ряд актуальних проблем щодо апроксимації у просторах Пелі-Вінера та вагових просторах Гарді, теорії операторів у просторах аналітичних функцій, вказано на застосування одержаних результатів. Зокрема, вперше отримано теореми єдиності та існування у просторах $H^p_\sigma(\mathbb{C}_+)$, $\sigma>0$, $1\le p\le\infty$; одержано доповнення до опису трансляційно інваріантних підпросторів у

просторі $H^p_\sigma(\mathbb{C}_+)$; встановлено для функцій з простору $H^\infty_\sigma(\mathbb{C}_+)$, $\sigma > 0$, еквівалентність швидкого зростання у деякому сенсі вздовж уявної осі та швидкого спадання вздовж дійсної півосі; вперше розглянуто та описано деякі властивості простору, що визначається перетином вагових просторів Гарді; запропоновано новий спосіб розщеплення функцій з $W^1_\sigma(\mathbb{C}_+)$ та встановлено критерій розв'язності ним задачі розщеплення.

Так, теореми 2.1 і 2.2 дисертації в сукупності дають повний аналог і узагальнюють на простори $H^\infty_\sigma(\mathbb{C}_+)$ такої класичної теореми для просторів Гарді у правій півплощині: *Якщо* $f \in H^p(\mathbb{C}_+)$, $1 \le p < +\infty$ *і* $\lim\limits_{x\to+\infty} |f(x)|^{\frac{1}{x}} = 0$, *то* $f \equiv 0$. А теореми 2.3 і 2.4 є подібними теоремами єдиності у просторі Гарді у правій півплощині з "чисто" експоненційною вагою $e^{-\sigma|z|}$. У розділі 3 істотно доповнено недавні результати В.М. Дільного по опис трансляційно інваріантних просторів (теореми 3.1 і 3.2). У розділі 3 отримано тонкі результати про опис простору аналітичних функцій, що є перетином вагових просторів Винницького (теореми 3.4 – 3.7). У розділі 4 запроновано підхід до побудови розв'язку проблеми розщеплення, який є відмінний від запронованого раніше В.М. Дільним, у його доведенні критерію розв'язності цієї проблеми.

3. *Обгрунтованість і достовірність наукових положень.* Всі формулювання основних результатів дисертаційної роботи Т.І. Гіщак є правильними і новими. Вони доведені на сучасному математичному рівні і тому щодо їхньої достовірності не виникає сумніву.

4. *Зауваження.* Дисертаційна робота належно оформлена, проте наявна певна кількість описок і прикрих недоглядів. Проілюструємо їх наступними прикладами:

- с.$7_{4,9}, 7^{10}, 14_8, \ldots$ замість "експоненціального" все ж таки потрібно "експоненційного";
- замість "експоненціальним ростом" потрібно "експоненційним зростанням";
- с.8^1 замість слова "додатньої" потрібно — "додатної";
- іноді дуже важко продертися через ускладнені звороти, як на с.14_4: "Ця теорема є певним чином аналогічною..." ;
- імена вітчизняних і російських математиків прийнято вживати з повними ініціалами, всупереч тому, як це робиться у тексті дисертації.

У той же час математична частина (формули) є добре вичитаною і окремі описки не мають принципового характеру. Підсумовуючи цей перелік зауважень, зазначу, що виявлені огріхи в оформленні дисертації Т.І. Гіщак не спотворюють змісту і сприйняття тексту дисертації, а сумнівів у правильності основних положень дисертації у автора відгуку не виникає.

5. *Висновки.* Дисертаційна робота має теоретичний характер, а її результати мають теоретичне значення. В ній істотно доповнюється класична теорія просторів Гарді у півплощині у випадку експоненційних ваг. Все це дозволяє стверджувати, що дисертаційна робота Т.І. Гіщак є завершеним виконаним на актуальну тематику науковим дослідженням, у якому розроблено теоретичні положення, що можна кваліфікувати як новий вклад у теорію аналітичних функцій. Результати дисертації Т.І. Гіщак опубліковано і анонсовано в 8 наукових публікаціях (2 без співавторів, 5 у фахових виданнях України, з них 2 відображено у науково-метричних базах Scopus і Web of Science), 3 у збірниках тез наукових конференцій. Автореферат в цілому адекватно передає основні положення і зміст дисертаційної роботи.

З огляду на сказане вище, вважаю, що дисертаційна робота Т.І. Гіщак задовольняє вимоги "Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника результати дисертаційної роботи відповідають вимогам до наукового рівня результатів (актуальність, новизна, наукова значимість) кандидатської

дисертації, а її автор, **Тетяна Ігорівна Гіщак**, заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01. — математичний аналіз.

13.04.2017

Офіційний опонент
професор, доктор фізико-математичних наук,
професор кафедри теорії функцій і теорії
ймовірностей Львівського національного
університету імені Івана Франка О.Б. Скасків

Підпис Скасківа О.Б.
ПІДТВЕРДЖУЮ
ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР
ЛЬВІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ імені ІВАНА ФРАНКА

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені ІВАНА ФРАНКА
ЗКПО 02070987