

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Дерев'янка Тараса Олександровича

“Задачі оптимального керування гіперболічними системами”,

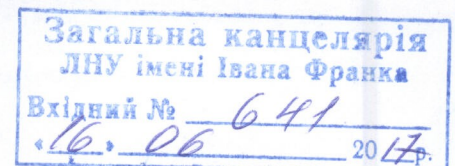
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння

**Актуальність теми.** Дисертаційна робота Дерев'янка Тараса Олександровича “Задачі оптимального керування гіперболічними системами” присвячена розвитку теорії оптимального керування системами диференціальних рівнянь з частинними похідними першого порядку гіперболічного типу.

На сьогодні теорія оптимального керування для систем з розподіленими і зосередженими параметрами є важливим і цікавим розділом теорії диференціальних рівнянь, що активно розвивається, а задачі оптимального керування процесами, що описуються початково-крайовими гіперболічними системами, як об'єкт дослідження, часто виникають при вивченні різних математичних моделей. Важливе практичне значення теорії оптимального керування гіперболічними системами пов'язано, перш за все з тим, що різні типи задач, які ставляться для таких систем, дозволяють описати низку цікавих фізичних явищ і процесів, серед яких, зокрема, задачі теорії масового обслуговування, теорії біопопуляцій тощо. При цьому, керування входять в системи, що описують згадані вище явища та процеси, зазвичай, нелінійно як в початкову, так і в крайові умови.

Дослідженню задач оптимального керування гіперболічними системами з керуваннями в початково-крайових умовах присвячено серію робіт В. А. Ільїна та Є. І. Мойсєєва. Умови оптимальності для окремих класів гіперболічних систем (Гурса-Дарбу, напівлінійних, квазілінійних) розглядалися у роботах О. В. Васільєва, В. А. Срочка, А. В. Терлецького та інших вчених. Особливої уваги заслуговує серія робіт А. В. Аргучинцева та його учнів з оптимального керування гіперболічними системами.

Але, не зважаючи на значну кількість праць, які присвячені теорії оптимального керування системами з розподіленими параметрами, до сьогодні залишилася низка нерозв'язаних проблем, зокрема, знаходження необхідних та достатніх умов оптимальності в задачах оптимального керування напівлінійними та квазілінійними гіперболічними системами рівнянь першого порядку в багатовимірному випадку для необмежених часових проміжків. В межах цієї проблематики в дисертації Т. О.





Дерев'янка "Задачі оптимального керування гіперболічними системами" досліджено випадок систем з однією просторовою змінною, тому тема даного дисертаційного дослідження є актуальною.

**Основні наукові результати роботи.** Дисертаційна робота Дерев'янка Т. О. складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел.

У вступі дисертації обґрунтовано актуальність теми досліджень, викладено мету та завдання дослідження.

У першому розділі, відповідно до вимог щодо дисертаційних досліджень ДАК МОН України, детально проаналізовано наукові праці з теми дисертації.

У другому розділі встановлено достатні умови глобальної узагальненої розв'язності мішаної задачі в півсмузі для гіперболічної системи напівлінійних рівнянь першого порядку, якою описується керований процес. Отримано умови узагальненої глобальної розв'язності спряженої задачі без початкових умов у півсмузі. Виведено необхідні умови оптимальності для задачі оптимального керування гіперболічною системою напівлінійних рівнянь першого порядку. Також у другому розділі дисертації отримано достатні умови глобальної узагальненої розв'язності мішаної задачі в півсмузі для виродженої (наявність ортогональних до осей координат характеристик) гіперболічної системи напівлінійних рівнянь першого порядку, доведено існування глобального узагальненого розв'язку спряженої задачі без початкових умов та отримано необхідні умови оптимальності для відповідної задачі оптимального керування.

У третьому розділі дисертації одержано достатні умови глобальної узагальненої розв'язності мішаної задачі в півсмузі для гіперболічної системи напівлінійних рівнянь першого порядку з навантаженнями у правих частинах та з нелокальними крайовими умовами. Встановлено умови глобальної розв'язності відповідних спряжених задач без початкових умов та виведено необхідні умови оптимальності для вказаних задач.

У четвертому розділі дисертації досліджено задачу про зміну попиту на товари при зміні цін та капіталу. При певних умовах щодо рівня попиту ця задача зводиться до мішаної гіперболічної системи квазілінійних рівнянь першого порядку з нелінійними крайовими умовами в прямокутнику. Для цієї задачі встановлено умови існування та єдиності класичного розв'язку без припущення ліпшицевості щодо перших похідних



від вхідних даних, а для відповідної задачі оптимального керування отримано необхідні умови оптимальності.

На мій погляд, основні результати даної дисертаційної роботи полягають в наступному:

1) одержано глобальну узагальнену розв'язність мішаної задачі в півсмузі для класів гіперболічних напівлінійних систем першого порядку з виродженими характеристиками, з нелокальними крайовими умовами, з навантаженнями в правих частинах, а також для задач без початкових умов;

2) виведено необхідні умови оптимальності для задач оптимального керування напівлінійними гіперболічними системами першого порядку з виродженими характеристиками, з нелокальними крайовими умовами та з навантаженнями в правих частинах рівнянь;

3) доведено глобальну класичну розв'язність мішаної задачі для квазілінійної гіперболічної системи першого порядку з двома незалежними змінними в прямокутнику;

4) встановлено необхідні умови оптимальності для задачі оптимального керування квазілінійною гіперболічною системою рівнянь першого порядку з двома незалежними змінними в прямокутнику.

**Наукова новизна і ступінь обґрунтованості результатів дисертації.** Дисертація Т.О. Дерев'янка є цілісним та завершеним науковим дослідженням. Всі отримані в ній результати є новими та строго обґрунтованими. Вони сформульовані у вигляді теорем, що супроводжуються повними доведеннями. Достовірність результатів дисертації забезпечується узгодженістю з відомими раніше результатами. Висновки відповідають змісту дисертації.

**Повнота викладу в опублікованих працях та апробація роботи.** Результати дисертаційних досліджень опубліковані в 20 наукових працях, з них 7 статей у фахових виданнях, з яких 1 журнал включено до міжнародної наукометричної бази даних Scopus, та 13 – в тезах міжнародних конференцій. Результати роботи доповідались на провідних наукових семінарах з диференціальних рівнянь та їх застосувань.

Зміст автореферату відповідає основним положенням дисертації.

**Використання результатів дослідження.** Дисертація носить теоретичний характер. Одержані в ній результати можна використовувати в теорії мішаних задач для рівнянь в частинних похідних, задачах оптимального керування гіперболічними системами, а також при дослідженні практичних проблем, які моделюються гіперболічними



системами напівлінійних та квазілінійних рівнянь першого порядку з двома незалежними змінними.

### Зауваження.

1. Постановки задач та результати підрозділів 2.2 та 3.1.1 дисертації варто було б проілюструвати на конкретних прикладах.

2. У розділі 4 побудова глобального розв'язку мішаної задачі для гіперболічної системи квазілінійних рівнянь обмежена випадком однакової характеристики для всіх рівнянь. Чи є можливість розширення такої техніки на загальний випадок? Чи можна розширити дану техніку на випадок півсмуги?

3. Хоча основним об'єктом дослідження в дисертації є необхідні умови оптимальності, дисертанту варто було розглянути питання отримання достатніх умов, можливо при значно простіших припущеннях на параметри задачі, які, без сумніву, збагатили б дану дисертаційну роботу.

4. В роботі наявні редакційні та стилістичні огріхи, описки у формулах, подекуди є плутанина з нумерацією формул.

Зроблені зауваження не носять принципового характеру і не впливають на загальну позитивну оцінку роботи.

**Висновок.** Вважаю, що дисертаційна робота Т.О. Дерев'янка "Задачі оптимального керування гіперболічними системами", яку подано на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук із спеціальності 01.01.02 - диференціальні рівняння, за обсягом проведених наукових досліджень, їх актуальністю, новизною, науковим рівнем і значимістю, кількістю публікацій задовольняє всім вимогам "Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами, внесеними згідно з Постановою Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 року щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор – Дерев'янка Тарас Олександрович заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук із спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент,  
доктор фізико-математичних наук,  
професор кафедри інтегральних та  
диференціальних рівнянь  
Київського національного університету  
імені Тараса Шевченка

ПІДПИС  
ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР  
КАРАУЛЬНА  
14.06.20



О.В. Капустян