

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Літинського Святослава Володимировича
«Чисельне розв'язування мішаних задач для хвильового рівняння
методом перетворення Лаґерра та граничних інтегральних рівнянь»,
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних
наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика

Мішані задачі для однорідного тривимірного хвильового рівняння з однорідними початковими умовами моделюють поширення коливань різної природи, а тому задача побудови нових ефективних чисельних методів розв'язування таких задач є актуальною задачею обчислювальної математики.

Як відомо, за допомогою відповідних поверхневих потенціалів із запізненням можна перейти від мішаних задач до еквівалентних граничних інтегральних рівнянь. Суть запропонованого в дисертації методу полягає у зведенні перетворенням Лаґерра залежного від часу рівняння до послідовності граничних інтегральних рівнянь. Причому в отриманій послідовності рівнянь, кожне рівняння відрізняється лише правою частиною, яка визначається рекурентно.

Використання граничних інтегральних рівнянь приводить до зменшення розмірності задачі, а також робить метод універсальним щодо геометрії області, зокрема є ефективним у випадку необмежених областей. Крім того, обернене перетворення Лаґерра є достатньо простою операцією. Вона полягає у знаходженні частинних сум рядів Фур'є-Лаґерра і дає змогу ефективно враховувати залежність розв'язків зазначених мішаних задач від часової змінної. Розробці підходів, які у підсумку дають змогу ефективно поєднати зазначені переваги на практиці, а також належному обґрунтуванню цих підходів присвячена дисертація С.В. Літинського.

Дисертаційна робота складається із анотації, вступу, п'яťох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатку із списком публікацій здобувача.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету та завдання дослідження, відзначено наукову новизну, подано інформацію про апробацію та публікації результатів дисертації.



У першому розділі введено до розгляду об'єкт дослідження: мішані задачі Діріхле та Неймана для однорідного хвильового рівняння з нульовими початковими умовами, надано огляд сучасних підходів до чисельного розв'язування подібних мішаних задач, а також стисло описано суть розроблених різних чисельних методів.

У другому розділі дисертації, дано означення узагальнених розв'язків вказаних мішаних задач, введено необхідні функціональні простори, а потім сформульовано теореми про властивості узагальнених розв'язків мішаних задач Діріхле та Неймана. Третій розділ присвячено доведенню теорем, сформульованих у другому розділі. Для цього спочатку доведено допоміжні леми. Зокрема встановлено умови на вхідні дані задачі, які гарантують збіжність розвинень використаних потенціалів із запізненням та їх густин у відповідні ряди Фур'є-Лаґерра.

У четвертому розділі розроблено та обґрунтовано основні співвідношення методу граничних елементів для отриманої послідовності граничних інтегральних рівнянь.

П'ятий розділ дисертації присвячено чисельній реалізації, зокрема наведено підхід до обчислення поверхневих інтегралів з особливостями, які виникають в результаті дискретизації граничних інтегральних рівнянь. У випадку задачі Діріхле з цією метою використано адитивне виділення особливостей, а для задачі Неймана - адитивне виділення особливостей поєднано зі зведенням нормальних похідних до похідних у дотичних площинах. Як відомо, формування матриць при дискретизації інтегральних рівнянь становить основну частку усіх затрат часу на знаходження чисельних розв'язків крайових задач. Тому в дисертації розроблено варіант так званого швидкого методу граничних елементів, який у порівнянні зі звичайним підходом дає значне зменшення часу обчислень та економію оперативної пам'яті комп'ютера. Ефективність розроблених автором методів підтверджено значною кількістю чисельних експериментів розв'язування модельних задач, причому результати розрахунків добре узгоджені з отриманими в дисертації теоретичними оцінками.

Проведені у роботі дослідження ґрунтуються на сучасних досягненнях обчислювальної математики та функціонального аналізу. Основні результати сформульовано у вигляді лем та теорем, доведення яких проведено з необхідною повнотою та деталізацією. Ефективність розроблених методів проілюстрована на ряді модельних прикладів.

Наведені в дисертації теоретичні оцінки порядку збіжності підтверджуються чисельними експериментами.

У дисертаційній роботі досліджено мішані задачі Діріхле та Неймана для однорідного хвильового рівняння з однорідними початковими умовами і отримано такі нові результати:

- побудовано та обґрунтовано подання узагальнених розв'язків мішаних задач у вигляді рядів Фурє-Лаґерра використовуючи потенціали простого та подвійного шару із запізненням;
- доведено існування та єдиність розв'язку та обґрунтовано застосування методу Гальоркіна для отриманих систем граничних інтегральних рівнянь;
- розроблено варіант швидкого методу граничних елементів та проведено серію обчислювальних експериментів, які підтверджують виведені теоретично оцінки порядків збіжності як для задачі Діріхле так і для задачі Неймана.

Основні положення та результати дисертації є достатньо повно викладеними в опублікованих працях, зокрема, в п'яти статтях у фахових наукових виданнях з переліку, затвердженого МОН України, з них три статті у виданнях, що входять у наукометричні бази даних та додатково висвітлені в 14 тезах доповідей наукових конференцій. Автореферат дисертації достатньо точно відображає основні положення, результати та структуру дисертації. Тема дисертаційної роботи повністю відповідає спеціальності 01.01.07–обчислювальна математика.

Практична цінність виконаної роботи полягає у подальшому розвитку методів перетворення Лаґерра та граничних інтегральних рівнянь для чисельного розв'язування мішаних задач для гіперболічних рівнянь.

Отримані в дисертації результати можуть бути використані при дослідженні та чисельному розв'язуванні задач Діріхле та Неймана у тривимірному просторі, а розроблені алгоритми можуть застосовуватися для розв'язування прикладних задач, які виникають при моделювання процесів хвильової природи.

Розроблені автором чисельні методи можуть використовуватися в наукових дослідженнях, що проводяться в Інституті математики НАН України, Інституті кібернетики ім. Глушкова НАН України, Київському національному університеті ім. Тараса Шевченка, Інституті прикладних проблем механіки і математики НАН України, Національному

університеті «Львівська політехніка» та Львівському національному університеті ім. Івана Франка.

У роботі виявлені певні недоліки. Зокрема:

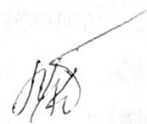
1. Для чисельних експериментів у крайових умовах використано функції лише з одним часовим профілем, що можна було б урізноманітнити.
2. Кількість наведених результатів чисельних експериментів стосовно задачі Діріхле є суттєво більшою, ніж для задачі Неймана.
3. У роботі присутні дрібні неточності та описки.

Вказані зауваження суттєво не впливають на загальне цілком позитивне враження від роботи, яка є завершеним науковим дослідженням. Результати, що представлені в дисертації, є новими, математично строго обґрунтованими та достатньо повно опублікованими. Робота має теоретичний і прикладний характер.

Вважаю, що за актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень та новизною результатів дисертація Літинського С.В. «Чисельне розв'язування мішаних задач для хвильового рівняння методом перетворення Лаґерра та граничних інтегральних рівнянь» є завершеною науковою працею, відповідає усім вимогам до кандидатських дисертацій, а її автор Літинський Святослав Володимирович заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика.

Офіційний опонент:

професор кафедри прикладної математики
Національного університету
«Львівська політехніка»,
доктор фізико-математичних наук,
професор



М. В. Кутнів

Підпис Кутніва М. В. підтверджую
Вчений секретар
Національного університету
«Львівська політехніка»
к.т.н., доц. Брилинський Р. Б.

