

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу Ковальчук Ольги Василівни "Трикрокові ітераційні методи розв'язування нелінійних функціональних рівнянь", поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика

Відомо, що багато математичних моделей фізичних, технічних і економічних процесів зводяться до нелінійних операторних рівнянь, зокрема, диференціальних, інтегральних та систем нелінійних алгебраїчних або трансцендентних рівнянь. Системи нелінійних рівнянь виникають і при побудові різницевих схем для нелінійних крайових задач та апроксимації інтегралів квадратурними формулами. Дослідженню умов існування розв'язків і чисельних методів розв'язування систем нелінійних операторних рівнянь присвячено чимало праць. Найуживанішими ітераційними методами розв'язування нелінійних операторних рівнянь є методи типу спуску, різницеві методи, а також метод Ньютона та його різноманітні модифікації. Незважаючи на їх велику кількість, не завжди вдається вдало дібрати метод розв'язування, крім того складність задач постійно зростає. Тому побудова ефективних в тому чи іншому сенсі методів їх розв'язування залишається актуальною проблемою. Особливо актуальним напрямком досліджень є побудова та обґрунтування методів для розв'язування систем нелінійних рівнянь, якобіан якої дорівнює нулю.

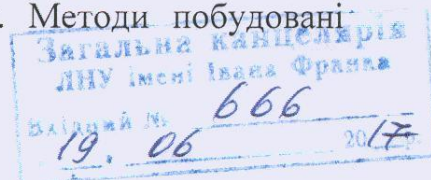
У рецензованій роботі побудовано та обґрунтовано нові трикрокові ітераційні методи розв'язування нелінійних функціональних рівнянь ефективні у сенсі мінімізації обчислювальних затрат, тобто кількості обчислень, для задач різних типів.

Дисертаційна робота О. В. Ковальчук складається із вступу, чотирьох розділів, висновків і списку використаних джерел, який містить 173 найменувань та двох додатків. Загальний обсяг дисертації становить 159 сторінок.

У *вступі* обґрунтовано актуальність вибраної теми дисертації, сформульовано мету та основні завдання роботи, виокремлено наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, розмежовано вклади співавторів праць.

*Перший розділ* присвячено огляду стану проблеми за тематикою дисертації.

У *другому розділі* запропоновано підхід до побудови методів розв'язування нелінійних функціональних рівнянь, який полягає у відшуканні на кожній ітерації двох проміжних наближень. Одне наближення пропонується шукати методом спуску, інше – методом Ньютона чи його модифікаціями. Наступне наближення методу шукають як мінімум на прямій, що з'єднає отримані проміжні наближення. Методи побудовані



таким чином названо трикроковими. Використовуючи такий підхід, побудовано та обґрунтовано трикрокові методи на основі методу Ньютона, пришвидшеного методу Ньютона. Також розглянуто три кроковий метод на основі методу Гауса-Ньютона для розв'язування перевизначених систем нелінійних рівнянь. Досліджено збіжність кожного трикрокового методу. Кожний запропонований метод апробовано на багатьох тестових задачах різних типів та зроблено їх порівняння з базовими методами. Показано перевагу запропонованих методів для задач великих розмірностей.

У *третьому розділі* розглянуто трикрокові методи з пам'яттю, де на кожній ітерації використовується матриця Якобі із попереднього кроку. Побудовано та досліджено також трикроковий метод зі швидкістю збіжності  $1 + \sqrt{2}$ . Відповідно побудовані трикрокові методи з пам'яттю та зі швидкістю збіжності  $1 + \sqrt{2}$ . Проведено чисельні експерименти, які підтверджують ефективність таких методів та можливість застосування для задач різних типів.

У *четвертому розділі* розглянуті трикрокові модифікації вищенаведених методів у випадку неможливості обертання матриці Якобі, на основі різницевого методу, методу лінійної інтерполяції, методу хорд а також методу Стеффенсена. Усі запропоновані методи є досліджені на збіжність. Проведено практичну апробацію на низці тестових прикладів.

### **Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій.**

Загальний підхід до виконаного у роботі дослідження ґрунтується на сучасних досягненнях обчислювальної математики та функціонального аналізу. Усі наукові положення, висновки та рекомендації теоретично обґрунтовані. Як видно з роботи дисертантка добре володіє методами обчислювальної математики та функціонального аналізу і змогла з їхньою допомогою отримати нові наукові результати.

### **Достовірність результатів та їх новизна.**

У дисертаційній роботі розв'язано актуальну задачу побудови нових (трикрокових) ітераційних методів розв'язування нелінійних функціональних рівнянь. При цьому отримані такі основні результати:

1. Досліджено трикрокові ітераційні методи на основі методу Ньютона на Гауса-Ньютона.

2. Побудовано та обґрунтовано трикрокові ітераційні методи на базі ітераційно-різницевих методів, методу хорд, методу Стеффенсена та лінійної інтерполяції для розв'язування систем нелінійних рівнянь

3. Побудовано та обґрунтовано ітераційні методи з пам'яттю на основі методу Ньютона та Гауса-Ньютона, а також методу зі швидкістю  $1 + \sqrt{2}$ .

4. Побудовано та досліджено трикрокові методи на базі методів простої ітерації та пришвидшеного методу Ньютона.

Отже, достовірність та обґрунтованість отриманих наукових результатів та положень дисертації не викликає сумніву і забезпечується

математичною обґрунтованістю розроблених чисельних алгоритмів, а також тим, що всі теоретичні висновки підтверджено чисельними експериментами.

### **Практичне значення одержаних результатів**

Запропоновані методи є ефективними в сенсі економії обчислювальних затрат, порівняно з відомими методами. Ефект доволі відчутний для задач великої розмірності, а також під час розв'язування задач, у яких функція має певні особливості, наприклад, вироджену в точці розв'язку матрицю Якобі

### **Повнота викладу в опублікованих працях.**

Основні результати дисертації опубліковані у 7 статтях у фахових наукових виданнях України, а також додатково висвітлено у 23 матеріалах та тезах доповідей наукових конференцій. Автореферат дисертації правильно та достатньо повно відображає основні положення роботи.

### **Зауваження**

Позитивно оцінюючи здобутки дисертанта, вражаю за необхідне зазначити наступні зауваження до поданої дисертаційної роботи:

1. У доведеннях теорем про збіжність трикрокових методів уведено множник  $\mu_k \leq 1$ , проте мало сказано про спосіб вибору цього множника.

2. У процесі чисельної реалізації запропонованих методів зазначено, що під час застосування трикрокових методів побудованих на базі методів Ньютона та Гауса-Ньютона, було введено в ітераційні формули кроковий множник  $\alpha_k \in (0,1]$ , який забезпечує монотонність спадання функції. Проте нічого не сказано, як його вибирати.

3. У розділах 2, 3, 4 наведені результати роботи запропонованих методів для окремих систем. Варто було б навести узагальнені таблиці для систем різних типів як це зроблено в авторефераті.

4. У роботі досліджуються методи розв'язування перевизначених систем нелінійних рівнянь лише у випадку нульової нев'язки. Доцільно було б розглянути дані методи у випадку не нульової нев'язки.

5. У роботі проведені чисельні експерименти для низки тестових задач різних типів. Було б дуже добре, коли було б розв'язано бодай одним з запропонованих методів задачу, що викає на практиці, наприклад, нелінійні рівняння, які виникають при побудові неявних різницевого схем для нелінійних нестационарних задач теплопровідності або рівнянь, які виникають в процесі моделювання періодичних режимів нелінійних динамічних систем.

6. Загальний стиль написання дисертації є логічним, зрозумілим та доступним. Проте зустрічаються деякі описки та неточності тексту, на які автору вказано особисто.

### **Висновки**

Вказані зауваження не зменшують наукової та практичної цінності дисертаційної роботи, яка є завершеним цілеспрямованим науковим

дослідженням., а побажання можуть бути реалізовані у подальшій науковій роботі.

Результати, представлені в дисертації, є новими, математично строго обґрунтовані й опубліковані з доведеннями у фахових журналах та доповідалися на багатьох наукових конференціях, а автореферат повно і вірно відображає зміст дисертації.

Робота виконана на належному науковому рівні, містить нові наукові положення та результати, які роблять суттєвий внесок у теорію чисельних методів.

За актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень, новизною дисертаційна робота Ковальчук О.В. "Трикрокові ітераційні методи розв'язування нелінійних функціональних рівнянь" за змістом є завершеною науковою працею, відповідає паспорту спеціальності 01.01.07 – обчислювальна математика та вимогам ДАК МОН України щодо кандидатських дисертацій, а її автор Ковальчук Ольга Василівна заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика.

Офіційний опонент

д. фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник,  
провідний науковий співробітник відділу  
числових методів математичної фізики  
Інституту прикладних проблем механіки і  
математики ім. Я.С. Підстригача НАН України

Подлевський Б.М.

Підпис Подлевського Б.М. підтверджую

Вчений секретар  
Інституту прикладних проблем механіки і  
математики ім. Я.С. Підстригача НАН України



Міщенко В.О.