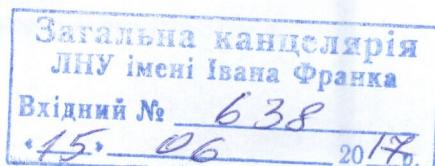


ВІДГУК
офіційного опонента на дисертаційну роботу
Цебенка Андрія Миколайовича
“Оптимальне керування в задачах без початкових умов для
еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей”,
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних
наук зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння

Одним із важливих напрямків розвитку сучасної теорії диференціальних рівнянь є дослідження задач оптимального керування процесами, які описуються еволюційними рівняннями та варіаційними нерівностями. Такі задачі мають широке практичне застосування, адже на даний момент все більшої популярності набувають дослідження математичних моделей різноманітних фізичних та біологічних процесів з точки зору оптимального керування.

Однією із перших робіт, присвячених теорії оптимального керування процесами, які описуються рівняннями з частинними похідними, є монографія Ж.-Л. Ліонса (J.L. Lions), де розглянуто різні випадки задач оптимального керування та розроблено основні методи їх дослідження. Пізніше цю теорію розвивали Д.Р. Адамс, В. Барбу, І.Г. Баланенко, Ф. Берніс, М.М. Бокало, М. Букруш, Л.А. Власенко, Л. Волошко, М.З. Згурівський, К. Іто, В.О. Капустян, П.І. Когут, О.П. Купенко, К. Куніш, Г.Р. Легерінг, С. Ленхарт, В.С. Мельник, Т.А. Мельник, І.Д. Пукальський, Ж.-П. Раймонд, А.М. Самойленко, Д.А. Тарзіа, С.Х. Фараг, Х. Фінотті, К.Р. Фістер та ін. У їх працях вивчалось оптимальне керування для рівнянь з частинними похідними зі стандартною початковою умовою, заданих на скінченому часовому проміжку, або для лінійних параболічних рівнянь без стандартної початкової умови та керуваннями у правих частинах, заданих на необмеженому знизу часовому проміжку.

Упродовж останніх десятиліть задачі без початкових умов стали важливим самостійним предметом досліджень у теорії краївих задач для рівнянь із частинними похідними. Цікавість до їх вивчення зумовлена тим, що такі задачі є моделями багатьох фізичних нестационарних процесів, стан яких в даний момент часу практично не залежить від початкового розподілу ресурсів. Відзначимо, що єдиність розв'язків таких задач для лінійних параболічних рівнянь та варіаційних нерівностей можлива тільки за певних обмежень на поведінку розв'язків при $t \rightarrow -\infty$. Вперше це у випадку рівняння тепlopровідності строго обґрунтував А.М. Тіхонов.



Натомість, як показав М.М. Бокало, задача без початкових умов для деяких нелінійних параболічних рівнянь має єдиний розв'язок в класі функцій з довільною поведінкою при $t \rightarrow -\infty$. У різних аспектах задачі без початкових умов для еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей вивчали Т.М. Балабушенко, Л.Ф. Бойко, О.М. Бугрій, С.Д. Ейдельман, С.Д. Івасишен, В.П. Лавренчук, С.П. Лавренюк, М.Д. Мартиненко, М.І. Матійчук, Є.І. Моїсєєв, О.А. Олейнік, О.А. Панков, Н.П. Процах, П.Я. Пукач та інші.

У дисертаційній роботі А.М. Цебенка досліджуються задачі оптимального керування для нелінійних еволюційних рівнянь без початкових умов та варіаційних нерівностей. Зауважимо, що такого типу задачі раніше досліджувалися тільки для лінійних параболічних рівнянь стану і тільки у випадку, коли керування знаходиться в їх правих частинах, а для нелінійних еволюційних рівнянь і рівнянь із сильним виродженням в початковий момент часу та варіаційних нерівностей за відсутності стандартних початкових умов раніше зовсім не розглядалися. Тому встановлення коректної розв'язності та вивчення властивостей розв'язків цих задач є актуальною проблемою.

Дисертаційна робота А.М. Цебенка складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел. У ній отримано такі нові результати стосовно задач оптимального керування для нелінійних рівнянь і варіаційних нерівностей без початкових умов:

1) встановлено умови існування розв'язку задачі оптимального керування процесами, які описуються слабко нелінійними параболічними рівняннями;

2) знайдено достатні умови існування оптимального керування для систем, стан яких описується розв'язками сильно нелінійних рівнянь як з монотонними так і немонотонними просторовими частинами;

3) доведено існування розв'язку задачі оптимального керування процесами, стан яких описується слабко нелінійними варіаційними нерівностями з керуваннями у коефіцієнтах у класах функцій з певною поведінкою на нескінченності;

4) отримано достатні умови існування оптимального керування правими частинами сильно нелінійних варіаційних нерівностей за відсутності обмежень на зростання вихідних даних та поведінку розв'язків, коли часова змінна прямує до $-\infty$;

5) встановлено необхідні та достатні умови однозначної розв'язності задач оптимального керування для еволюційних рівнянь без початкових умов із сильним виродженням у початковий момент часу та керуваннями в правих частинах, зокрема, розглянуто випадки, коли стан керованої

системи описується абстрактними еволюційними рівняннями, рівняннями, оператори головних частин яких є генераторами аналітичних півгруп операторів в гільбертових просторах та лінійними параболічними рівняннями.

До дисертаційної роботи А.М. Цебенка є такі зауваження.

1. У роботі є стилістичні описки, зокрема: “належить простору” (замість “належить до простору”), “співпадає” (с. 21) (“збігається”), “в залежності” (с. 21) (“залежно”), “ положення” (с. 23) (“тверждення, припущення”), “з всіх” (с. 32) (“з усіх”), “при додаткових умовах” (с. 51) (“за додаткових умов”) та ін. Допущено помилки при написані прізвищ: С.Д. Іvasiшин (с. 17) (замість С.Д. Ivasiшен), Р. Шовалтер (с. 17) (Р. Е. Шовалтер), Фрідрікс (с. 33) (Фрідріхс), та ін.; не вказано ініціалів Болтянського, Гамкрелідзе, Міщенка, Хестенеса (с. 24).
2. На с. 69 в формулі (2.155) використано не тільки нерівність Коші–Буняковського, а й нерівність Гельдера, але про це не сказано.
3. Немає означення просторів $L^q(a, b; X)$ (с. 15), $e^{2\omega} \cdot W^{1,2}(-\infty, 0; H)$ (с. 23).
4. На с. 29 замість $u \in L^2_{loc}(\bar{Q})$ краще записати $u \in L^2_{loc}(S; L^2(\Omega))$.
5. В п. 2.1.2 термін “задача без початкових умов” вжито тільки в назві. Краще означення 2.1 переформулювати для задачі без початкових умов.
6. На с. 41 $y_1(x, t) = y_2(x, t)$, але не дорівнює нулю; на с. 46 в формулі (2.60) замість h_i потрібно записати $h_{i,2}$; на с. 47-48 замість $L_{2,loc}$ потрібно записати L^2_{loc} ; на с. 39 замість $[\alpha]^{-1}$ краще записати $|\alpha|^{-1}$.
7. Про існування та єдиність розв’язку задачі (2.17), (2.38) краще зробити посилання на праці Ж.-Л. Ліонса.
8. На с. 43 в (2.49) введено χ_i , яке далі ніде не використовується.
9. Для означення однакових об’єктів вжито різні терміни: “задача без початкових умов” та “задача Фур’є”, але про це в дисертації нічого не сказано.
10. У списку використаних джерел статті [13] і [62] однакові; стаття [48] має бути українською мовою.
11. На с. 87 у зауваженні 2.5 вказано, що у описує щільність популяції, але не вказано, який процес моделюється.
12. Збіжності (2.269), (2.270) отримано тільки в обмеженій області Q_m , проте цього достатньо, щоб виконувалася формула (2.271), та подальше доведення леми 2.10 залишалося правильним.

Вказані зауваження не зменшують цінності дисертаційної роботи та не впливають на її загальну позитивну оцінку.

Дисертаційна робота А. М. Цебенка є цілісною, добре структурованою науково-дослідною роботою, яка написана на високому науковому рівні.

Основні результати дисертації оформлені у вигляді теорем і є новими. Для сформульованих в роботі нових тверджень, лем та теорем наведено строго математичні чіткі й достатньо повні доведення. Викладення результатів є послідовним, окрім задачі проілюстровано прикладами. Результати дисертації достатньо повно опубліковані. Автореферат повно й точно відображає зміст дисертаційної роботи.

На підставі вищесказаного вважаю, що дисертаційна робота А.М. Цебенка "Оптимальне керування в задачах без початкових умов для еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей" є завершеною науковою працею, яка задовольняє всі вимоги "Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами, внесеними згідно з Постановою Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 року, щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор – Цебенко Андрій Миколайович заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Професор кафедри вищої математики
Національного лісотехнічного
університету України,
доктор фізико-математичних наук,
доцент

Прощах Н. П.

