

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Цебенка Андрія Миколайовича

“Оптимальне керування в задачах без початкових умов для

еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей”,

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних

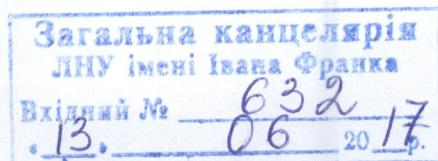
наук зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння

Дисертаційна робота Цебенка А. М. присвячена дослідженню оптимального керування процесами, які моделюються задачами без початкових умов для еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей.

Теорія оптимального керування системами, які описуються еволюційними рівняннями та варіаційними нерівностями, є важливим і цікавим розділом теорії диференціальних рівнянь. В її розвиток суттєвий внесок зробили Ж.-Л. Ліонс, А. М. Самойленко, М. З. Згурівський, В. О. Капустян, І. Г. Баланенко, І. Д. Пукальський, Л. А. Власенко, Л. Волошко, Ж.-П. Раймонд, С. Ленхарт, Х. Фінотті, К. Р. Фістер, А. Б. Шамарданб, С. Х. Фараг, П. І. Когут, О. П. Когут, О. П. Купенко, Д. Р. Адамс, В. Барбу, Ф. Берніс, М. Букруш, К. Іто, К. Куніш, Г. Р. Легерінг, Д. А. Тарзі та інші.

Задачі без початкових умов для еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей виникають при описі низки важливих фізичних явищ і процесів, серед яких, зокрема, задачі гідро- і газодинаміки, фізики тепла, фільтрації, дифузії, плазми, теорії біологічних популяцій тощо. Вивчення таких задач розпочалося з відомої роботи А. М. Тіхонова (1935 р.). Пізніше цією тематикою займалися С. Д. Ейдельман, О. А. Олійник, С. Д. Іvasишин, О. А. Панков, М. Д. Мартиненко, Л. Ф. Бойко, В. П. Лавренчук, М. І. Матійчук, М. М. Бокало, С. П. Лавренюк, Н. П. Процах, П. Я. Пукач, О. М. Бугрій, Т. М. Балабушенко, Ю. Б. Дмитришин, Є. І. Моісєєв та інші.

Зауважимо, що, незважаючи на значну кількість праць, які присвячені теорії оптимального керування еволюційними рівняннями та варіаційними нерівностями, майже у всіх такого роду дослідженнях розглядалось оптимальне керування системами, стан яких описується розв'язками задач для еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей, які задані на скінченному часовому проміжку при наявності початкової умови. Що ж стосується оптимального керування процесами, які моделюються еволюційними рівняннями без початкових умов, то такі задачі вивчено лише в роботах М.М. Бокала, причому там досліджено



випадок лінійних рівнянь стану системи, заданих на необмеженому знизу часовому проміжку (задача Фур'є), з керуваннями в правих частинах. Природно виникає потреба розвитку цих досліджень, зокрема, у випадках, коли рівняння стану є нелінійними параболічними рівняннями та варіаційними нерівностями з керуваннями у коефіцієнтах, а також еволюційними рівняннями, які сильно вироджуються в початковий момент часу. Саме цій проблемі присвячена дисертаційна робота Цебенка А. М., а тому тема даного дисертаційного дослідження є актуальною.

Дисертаційна робота Цебенка А. М. складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків і списку використаних джерел.

У вступі дисертації обґрунтовано актуальність теми досліджень, викладено мету і завдання дослідження та іншу інформацію, відповідно до вимог щодо дисертаційних досліджень ДАК МОН України.

У першому розділі зроблено достатньо повний і грунтовний огляд наукових праць за темою дисертації.

У другому розділі досліджено задачі оптимального керування процесами, що моделюються задачами Фур'є для слабко та сильно нелінійних параболічних рівнянь з керуваннями у коефіцієнтах і при різних типах спостережень. Тут встановлено умови існування розв'язків задач оптимального керування системами, стани яких описуються слабко нелінійними рівняннями при наявності припущення щодо поведінки розв'язку на нескінченості, сильно нелінійними рівняннями з монотонними просторовими частинами при відсутності обмежень на зростання вихідних даних та поведінку розв'язків при прямуванні часової змінної до  $-\infty$ , а також сильно нелінійними рівняннями з немонотонними просторовими частинами у класах функцій з певною поведінкою на нескінченості. Такі задачі вивчено вперше.

У третьому розділі дисертації доведено існування розв'язків задач оптимального керування, що моделюються задачами без початкових умов для слабко нелінійних варіаційних нерівностей з керуваннями у коефіцієнтах та сильно нелінійних варіаційних нерівностей з керуваннями у правих частинах. Раніше такі задачі не досліджували.

У четвертому розділі дисертаційного дослідження отримано необхідні та достатні умови існування та єдності розв'язків задач оптимального керування для еволюційних рівнянь без початкових умов, які сильно вироджуються в початковий момент часу, з керуваннями в правих частинах. Зокрема, розглянуто випадки, коли стани систем

описуються абстрактними еволюційними рівняннями, лінійними параболічними рівняннями та рівняннями, оператори головних частин яких є генераторами аналітичних півгруп операторів в гільбертових просторах. Результати, які отримані в цьому розділі, є новими.

Відмітимо, що в даній роботі її автором також отримані нові результати стосовно коректності задач без початкових умов для еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей, розв'язками яких описують стани керованих систем. Ці результати мають самостійний науковий інтерес.

Дисертація написана на високому науковому рівні. Основні положення дисертації оформлені у вигляді теорем зі строгими і акуратними доведеннями. Основні результати роботи є новими і безперечно мають науковий інтерес.

Зміст автoreферату повністю відповідає основним положенням дисертації.

Основні результати роботи достатньо повно відображені у 9-ми наукових фахових виданнях і добре апробовані.

Дисертаційна робота оформлена акуратно і згідно з вимогами ДАК МОН України. Викладення матеріалу чітке, логічне і послідовне, хоч є ряд зауважень стосовно цього:

1. На початку доведення теореми 4.2 сказано про те, що використовуючи лему 4.1, легко переконатися, що простір  $W_{\varphi,\omega,\alpha}^*(I; V)$  є банаховим. Однак цей факт не є очевидним і потребує детальнішого обґрунтування.
2. Варто було б детальніше пояснити, чому з належності  $y'$  до  $L_{\varphi,\omega,\varphi^2/\alpha}^2(I; V)$  випливає належність  $\varphi y'$  до  $L_{\varphi,\omega,1/\alpha}^2(I; V)$  (стор. 151).
3. На мій погляд, варто було б у підрозділі 2.1 систему співвідношень, які характеризують оптимальне керування, використати для його знаходження в явному вигляді, наклавши додаткові умови на вихідні дані.

Ці зауваження та описки і мовні огрихи граматичного та стилістичного характеру, які інколи зустрічаються в тексті, не мають принципового значення і не впливають на загальну оцінку роботи.

Дисертація є завершеною науковою роботою. В ній отримані нові науково обґрунтовані результати, що в сукупності вирішують конкретну наукову задачу суттєвого значення для теорії диференціальних рівнянь.

Отримані результати можуть бути використані при подальших дослідженнях задач для еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей.

На підставі сказаного вважаю, що дисертаційна робота Цебенка А. М. задовільняє всім вимогам “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами, внесеними згідно з Постановою Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 року, щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор – Цебенко Андрій Миколайович заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Завідувач кафедри диференціальних рівнянь  
Чернівецького національного університету  
імені Юрія Федьковича,  
доктор фізико-математичних наук,  
професор

Пукальський І. Д.

