ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію **Семочко Надії Сергіївни**
„Властивості логарифмічних похідних аналітичних функцій та розв'язків комплексних диференціальних рівнянь дробового порядку“,
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.01 - математичний аналіз.

Актуальність дослідження та його мета. Аналітична теорія диференційних рівнянь вже тривалий час гнучко поєднує методи комплексного аналізу при дослідженні різноманітних властивостей аналітичних розв'язків цих рівнянь. Однією з найважливіших її задач є оцінка зростання аналітичних розв'язків звичайних диференційних рівнянь у комплексній площині чи у крузі. Їй присвячено безліч праць, які використовують ідеї методу Вімана-Валірона, що, у свою чергу, базується на описі локального поводження похідних функції через центральний індекс її степеневого розвинення. Різним узагальненням теорії Вімана-Валірона та її застосуванню до диференційних рівнянь присвятили свої роботи В. Заксер, Т. Кеварі, А. Макінтайр, В. Хейман, Ш. Стреліц, М. Шеремета, О. Скасків, В. Бергвайлер, П. Фентон. Щоправда, вони переважно обмежувалися розглядом рівнянь з цілим порядком похідної.

Водночас у останні роки Р. Ніґматуллін, Д. Балеану, Ф. Майнарді, Р. Ґоренфло та інші виявили, що різноманітні моделі дробового порядку, які описують явища реального світу з фрактальною природою, є адекватнішими за моделі з цілим порядком. Причому їхніми розв'язками є, зокрема, всілякі узагальнення функції Міттаг - Леффлера, яка, як відомо, є цілою. Тому виникає задача розробки методу Вімана-Валірона для дробових диференціальних рівнянь. Зазначимо, що для оцінок зростання знизу розв'язків звичайних диференціальних рівнянь використовуються оцінки логарифмічної похідної. Такі оцінки отримані А. Гольдбергом, Н. Строчик, У. Хейманом, Дж. Майлзом, тощо. Однак при розгляді дробових диференціальних рівнянь відповідно виникає проблема оцінки логарифмічної дробової похідної, що є також предметом розгляду у дисертаційній роботі Н. Семочко.

Крім того, давно відомо, що коли серед коефіцієнтів лінійного диференційного рівняння є трансцендентні функції, то воно має розв'язки нескінченного порядку зростання. У цьому випадку чимало математиків такі, як Л. Кінунен, Я. Хейтокангас, К. Хамані, Б. Белаїді та багато інших використовували p-ті ітераційні порядки та $[p,q]$-порядки для оцінки зростання розв'язків такого рівняння. Проте цими шка́лами не можна вичерпно описати зростання навіть усіх цілих функцій. Водночас $\rho_{[\alpha,\beta]}$-порядок, введений М. М. Шереметою, дозволяє це зробити, але через свою загальність його важко пристосувати для відшукання точних оцінок зростання розв'язків диференційних рівнянь. Це призводить до проблеми побудови шкали зростання, яка б не мала недоліків p-тих ітераційних порядків, $[p,q]$-порядків і була б придатною до застосування в аналітичній теорії диференційних рівнянь. Ця проблема розглядається як для комплексної площини, так і для одиничного круга з огляду на наявність численних праць Я. Хейтокангаса, Й. Раттуа, Ґ. Ґундерсена, Р. Корхонена присвяченим p-тим ітераційним порядкам та $[p,q]$-порядків у крузі. Беручи це все до уваги, дослідження перерахованих тут питань, проведені у дисертаційній роботі, є актуальними.

Наукова новизна результатів дисертаційної роботи Усі результати, отримані в дисертаційній роботі, є новими. У дисертації розв'язано ряд актуальних задач з аналітичної теорії диференційних рівнянь, теорії Вімана - Валірона, теорії операторів дробового диференціювання, а також теорії цілих, мероморфних та аналітичних в одиничному крузі функцій. Зокрема, у дисертації вперше узагальнено метод Вімана - Валірона для оператора дробового диференціювання Рімана - Ліувілля, встановлено оцінки зростання логарифмічної дробової похідної Рімана - Ліувілля, знайдено оцінки

Загальна канцелярія
ЛНУ імені Івана Франка
Вхідний № 613
«08» 06 2017 р.

зростання розв'язків деяких дробових диференційних рівнянь, запропоновано шкалу, яка дозволила описати властивості розв'язків лінійних диференційних рівнянь, коефіцієнти яких довільно швидко зростають в комплексній площині та в одиничному крузі.

Обґрунтованість і правильність результатів дисертації Всі формулювання математичних результатів дисертаційної роботи Семочко Н. С. є правильними та новими. Їхні доведення строго обґрунтовані, а правильність міркувань та висновків не викликає сумнівів.

Зауваження. Дисертаційну роботу оформлено на належному науковому рівні. Тим не менш, у ній наявне незначне число певних недоглядів та неточностей. Зокрема,

1. с.1^{5} код УДК 517.537 не відображає змісту дисертації. Адже йому відповідають послідовності та ряди аналітичних функцій. Більше пасує УДК 517.547 — класи та простори аналітичних функцій чи навіть такі два його підпункти 517.547.2 - цілі та мероморфні функції, а також 517.547.3 - аналітичні функції у скінченному крузі та інших областях. Беручи це до уваги, відповідний рядок може виглядати так: УДК 517.547.2+517.547.3+517.925.75
2. с.12^{14} у цитування [17,18] варто додати ще одне [17,18,72], позаяк [72] — це монографія М. М. Шеремети, в якій цілий розділ, присвячений теорії Вімана - Валірона.
3. с.32^{10} у самому кінці формули замість z^n має бути $z^{n-\alpha}$.
4. с.$35_{2,4}$ можливо, у цих рядках $R(z)$ слід замінити на $P(z)$
5. с.37^{1} перед „Нам знадобиться“ варто вставити „Продовження доведення теореми 2.1.“, інакше складно сприймати наступний текст, бо перед ним доводиться лема 2.3.
6. с.$52_{3,4}$ У зауваженні 2.8, на жаль, не описано, які виникли наразі нездоланні труднощі при спробі розв'язати проблему 2.
7. с.56 у формулі (2.48) використовується стала $C(\alpha, p)$, натомість на с.53 у формулі (2.41) використовується $C(k, \alpha)$. Слід зробити позначення однорідніші бодай у межах доведення теореми 2.5, до якої відносяться вказані формули.
8. с.83^{1-5} єдине речення у цих рядках починається із „З наслідку 2.1“ та закінчується на „в наслідку 2.1“. Стилістика тут не вдала. Мабуть варто у наслідку 2.1 пронумерувати формули, на основі яких вибирається r, а тут дати посилання на них.

Звісно, перераховані неточності не чинять істотного впливу на сприйняття наукових положень дисертації та не викликають сумнівів у правильності основних математичних здобутків дисертантки.

Публікації та апробація результатів роботи. Результати дисертації опубліковано в 11 роботах, з них 2 — без співавторів, 4 — у фахових виданнях України, 1 — у закордонному виданні, 6 — у збірниках тез наукових конференцій. Крім конференцій, результати дисертації доповідалися на семінарах у Львові та Києві, тобто пройшли належну апробацію.

Автореферат належним чином відображає основні положення та зміст дисертаційної роботи. А результати сповна опубліковані у наукових виданнях.

Практичне значення результатів роботи Дисертація має теоретичний характер, а отримані у ній результати істотно доповнюють теорію дробових комплексних диференційних рівнянь, а також поширюють теорію Вімана-Валірона на оператор дробового диференціювання Рімана-Ліувілля. Вони, поза всяким сумнівом, будуть вагомим підґрунтям для подальших досліджень у цих розділах комплексного аналізу.

Висновки У роботі істотно доповнюється аналітична теорія диференційних рівнянь. Найвагомішим досягненням дисертантки є аналог теорії Вімана-Валірона для дробових похідних Рімана-Ліувілля. Отримані дисертанткою результати та розроблені нею підходи мають важливе значення також для інших розділів комплексного аналізу. Зокрема, на думку опонента, запропонована шкала оцінки зростання цілої функції

через поняття φ-порядку може знайти широке використання у теорії цілих функцій обмеженого l-індексу, бо дозволяє для лінійного диференційного рівняння n-го порядку явно побудувати додатну неперервну функцію l таку, що усі цілі розв'язки цього рівняння мають обмежений l-індекс.

Наведені вище зауваження не зменшують наукової цінності дисертації.

Все це дає підстави стверджувати, що дисертаційна робота Н. С. Семочко є завершеним, виконаним на актуальну тематику науковим дослідженням з новим внеском у аналітичну теорію диференційних рівнянь, цілих, мероморфних та аналітичних в крузі функцій. Відповідно, дисертація Н. С. Семочко „Властивості логарифмічних похідних аналітичних функцій та розв'язків комплексних диференціальних рівнянь дробового порядку", подана на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз, відповідає вимогам „Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого постановою Кабінету Міністрів України №567 від 24 липня 2013 р., а її авторка Семочко Надія Сергіївна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент,
доцент, кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри вищої математики
Івано-Франківського національного
технічного університету нафти і газу А. І. Бандура

Підпис(и) А. І. Бандури
посвідчую
Вчений секретар ІФНТУНГ В. Прогон
06.06.2017 р.