

Відгук

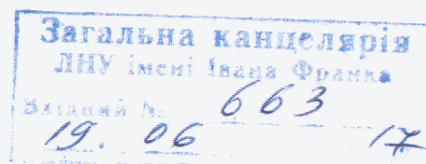
офіційного опонента на дисертаційну роботу Бугрія Олега Миколайовича
*“Задачі для нелінійних параболічних рівнянь та варіаційних нерівностей
зі змінними показниками нелінійності”*,

подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Багато важливих задач математичної фізики та фінансової математики моделюються нелінійними параболічними рівняннями або варіаційними нерівностями. Процеси, що враховують пам'ять матеріалів, описуються інтегро-диференціальними рівняннями, а математичні моделі явищ в середовищах складної структури містять рівняння зі змінними показниками нелінійності. Поєднання згаданих типів рівнянь є джерелом багатьох важливих і цікавих задач теорії рівнянь з частинними похідними.

Нелінійні диференціальні та інтегро-диференціальні рівняння і варіаційні нерівності зі сталими показниками нелінійності вивчали Ж.-Л. Ліонс, А. Фрідман, О.А. Ладиженська, В.А. Солонников, Н.Н. Уральцева, І.В. Скрипник, С.Д. Ейдельман, М.І. Матійчук, С.Д. Івасишен та інші. Задачам для рівнянь і варіаційних нерівностей зі змінними показниками нелінійності присвячено праці львівських математиків під керівництвом С.П. Лавренюка та М.М. Бокала. Також ця тематика активно розвивається закордонними вченими, зокрема, В.В. Жиковим, С.Н. Антонцевим, С.І. Шмарьовим, Х. Фаном, Д. Жао, В. Радулеску, Р. Машиєвим та ін. Якщо порівняти результати, отримані для нелінійних параболічних рівнянь зі сталими та зі змінними показниками нелінійності, то відразу виникають питання стосовно розв'язності та властивостей розв'язків задач для багатьох класів нелінійних параболічних рівнянь та варіаційних нерівностей зі змінними показниками нелінійності. Саме вирішенню частини з цих питань присвячена дисертаційна робота О.М. Бугрія, а точніше, метою його роботи є розширення раніше досліджуваних і знаходження нових класів нелінійних еволюційних рівнянь і варіаційних нерівностей (при умові, що їх нелінійності мають степеневий характер, а показники є функціями від незалежних змінних), для яких відповідні задачі є коректно поставленими, а також вивчення властивостей розв'язків цих задач. Ця мета передбачає розвинення відомих та розробку нових методів дослідження задач для нелінійних еволюційних рівнянь і варіаційних нерівностей, показники нелінійності яких залежать як від просторових так і часової змінних. Отже, тематика досліджень дисертації О.М. Бугрія є актуальною.

Дисертаційна робота складається зі вступу, семи розділів, висновків, списку використаних джерел і одного додатка. У вступі викладена вся інформація, яка потрібна згідно з вимогами до оформлення дисертацій. Розділ 1 присвячений оглядові



першоджерел і опису основних результатів дисертації. Відзначимо, що зроблений огляд літератури є достатньо повний і змістовний. Основний зміст роботи викладений у розділах 2-7, причому у розділах 2-4 викладені результати стосовно еволюційних рівнянь та систем, а у решті розділів розглядаються еволюційні варіаційні нерівності.

Розділ 2 присвячено інтегро-диференціальним рівнянням та системам, які містять нелінійності степеневого характеру із залежними від просторових змінних показниками. У підрозділі 2.1 зібрано допоміжні леми та теореми. У підрозділі 2.2 доведено існування узагальнених розв'язків мішаної задачі для рівнянь другого порядку з немонотонною просторовою частиною, змінними показниками нелінійності та нелінійними інтегральними операторами. У підрозділі 2.3 встановлено умови існування узагальнених розв'язків мішаної задачі для систем рівнянь четвертого порядку. Для отримання основних результатів цього розділу використано відомі факти з теорії узагальнених просторів Лебега і Соболева, методи еліптичної регуляризації, Фаєдо-Гальборкіна і компактності. Розглянуті в цьому розділі рівняння та системи раніше не вивчалися навіть у випадку сталих показників нелінійності.

Розділ 3 присвячено мішаним задачам для подвійно нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь зі змінними показниками нелінійності. У підрозділі 3.1 вперше розглянуто мішану задачу для вироджуваних анізотропних еліптично-параболічних рівнянь з немонотонною головною частиною. Доведено існування узагальненого розв'язку цієї задачі. Решта результатів цього розділу є поширенням результатів учня здобувача Т.М. Бокала на випадок інтегро-диференціальних рівнянь. У підрозділі 3.2 доведено існування узагальненого розв'язку мішаної задачі для інтегро-диференціальних еліптично-параболічних рівнянь, що містять сингулярні члени. У наступних двох підрозділах встановлено умови існування узагальнених розв'язків відповідних задач для сингулярних (підрозділ 3.3) та вироджуваних (підрозділ 3.4) параболічних рівнянь. Інтегро-диференціальні рівняння таких типів раніше не вивчалися.

Розділ 4 присвячено півлінійним параболічним рівнянням з показниками нелінійності, які залежать від часової та просторових змінних. Використовуючи техніку функцій Гріна, здобувач довів існування слабких розв'язків мішаної задачі з неоднорідними крайовими умовами для рівнянь другого порядку (підрозділ 4.1). Такий результат отримано вперше. У наступних двох підрозділах доведено існування слабких розв'язків мішаних задач з однорідними крайовими умовами для параболічних рівнянь (підрозділ 4.2) та параболічних за Петровським систем (підрозділ 4.3).

Розділ 5 присвячено параболічним варіаційним нерівностям, які асоційовані з подвійно нелінійними рівняннями (підрозділ 5.1) та рівняннями фільтрації (підрозділ 5.2). Отримано умови існування розв'язків задач для досліджуваних

варіаційних нерівностей. Параболічні варіаційні нерівності зі змінними показниками нелінійності вказаних типів раніше не розглядалися.

Розділи 6 та 7 дисертаційної роботи присвячено задачам з початковою умовою для нелінійних параболічних варіаційних нерівностей і систем таких нерівностей з монотонними просторовими частинами і змінними показниками нелінійності. Нерівності розглядаються в обмежених (розділ 6) та необмежених (розділ 7) областях.

У підрозділі 6.1 знайдено умови існування та єдиності розв'язків варіаційних нерівностей з функціоналами. Такі нерівності раніше не розглядалися. Основним результатом підрозділу 6.2 є встановлення умов підвищення гладкості слабких розв'язків варіаційних нерівностей без функціоналів. У підрозділі 6.3, зокрема, отримано низку нерівностей, які показують зв'язок розв'язку варіаційної нерівності з розв'язками відповідних задач для рівнянь з операторами штрафу. У підрозділі 6.4 доведено скінченність швидкості поширення початкових збурень розв'язків варіаційних нерівностей. Отримані результати є перенесенням відомих результатів для простіших класів рівнянь і нерівностей зі сталими показниками нелінійності на нові класи варіаційних нерівностей зі змінними показниками нелінійності.

У підрозділі 7.1 вперше доведено скінченність часу стабілізації розв'язків параболічних варіаційних нерівностей зі змінними показниками нелінійності. У підрозділі 7.2 розглянуто варіаційні нерівності зі сталими показниками нелінійності, які задані в необмежених за просторовими змінними областях. В класі локально інтегровних функцій отримано теореми існування та єдиності розв'язків розглядуваних нерівностей. У заключному підрозділі 7.3 містяться, зокрема, теореми існування та єдиності розв'язків еволюційних варіаційних нерівностей з другою похідною за часовою змінною та четвертою – за просторовою. У додатку наведено допоміжні твердження.

Зі сказаного випливає, що дисертант досяг поставленої мети і отримав нові і цікаві з наукової точки зору результати. Основні з цих результатів стосуються розв'язності та властивостей розв'язків рівнянь і варіаційних нерівностей зі змінними показниками нелінійності. При отриманні цих результатів запропоновано нові підходи до дослідження задач для нелінійних еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей зі змінними показниками нелінійності. Ці підходи в подальшому можна перенести і на ширші класи рівнянь та нерівностей.

Варто відзначити, що автору прийшлося здолати значні ідейні та технічні труднощі на шляху до досягнення мети дисертаційної роботи. В своїй роботі здобувач продемонстрував високий рівень математичної культури та володіння методами теорії нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Результати дисертації О.М. Бугрія є новими, носять характер завершеного наукового дослідження і, безумовно, представляють інтерес для фахівців в теорії нелінійних еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей.

Результати кандидатської дисертації не включені в докторську дисертацію.

Дисертаційна робота оформлена належним чином, а матеріал в ній викладено послідовно й чітко. Результати викладено у вигляді теорем і лем, які достатньо повно та строго доведено.

Основні результати дисертаційної роботи опубліковано у 23-ох статтях в журналах з переліку Міністерства освіти і науки України, з них 7 статей – у виданнях, що входять до наукометричних баз даних, і додатково висвітлені в 1-ому навчальному посібнику та 1-ій статті у фаховому журналі, що не входить до зазначеного переліку. Результати досить повно апробовано на наукових семінарах та конференціях.

Автореферат повно та правильно відображає зміст дисертації.

Дисертаційна робота оформлена згідно з чинними вимогами до оформлення дисертацій. Викладення матеріалу чітке, логічне і послідовне, хоча є деякі зауваження стосовно цього:

1. Доведення деяких результатів занадто громіздкі. Наприклад, доведення допоміжних тверджень у підрозділах 2.2, 2.3 та 7.2 можна було б скоротити. У той же час відсутні доведення деяких допоміжних тверджень (леми 2.21, 2.22, 3.1, 3.3, 3.7, 3.8, 4.8, 4.9, 4.17).
2. На мою думку, результати деяких підрозділів (наприклад, підрозділу 6.1) залишаються правильними і для логарифмічно неперервних показників нелінійності. Проте в умові (S) підрозділу 6.1 такий варіант чомусь не передбачено.
3. У підрозділі 7.2 розглянуто варіаційні нерівності зі сталими показниками нелінійності, але варто було б дослідити випадок змінних показників нелінійності.

Ці зауваження, описки та мовні огріхи граматичного і стилістичного характеру, які інколи зустрічаються в тексті, не мають принципового значення і не впливають на загальну позитивну оцінку роботи.

Дисертація є завершеною науковою роботою. В ній отримані нові науково обґрунтовані результати, що в сукупності вирішують наукову проблему суттєвого значення для теорії диференціальних рівнянь. Отримані результати можуть бути використані при подальших дослідженнях нелінійних еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей.

На підставі вищесказаного вважаю, що дисертаційна робота Бугрія Олега Миколайовича “Задачі для нелінійних параболічних рівнянь та варіаційних нерівностей зі змінними показниками нелінійності” відповідає всім вимогам щодо

докторських дисертацій зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння, зокрема, вимогам постанови Кабінету Міністрів України за № 567 від 24 липня 2013 року про затвердження «Порядку присудження наукових ступенів» зі змінами і доповненнями, внесеними постановами Кабінету Міністрів України від 19 серпня 2015 року за № 656, від 30 грудня 2015 року за № 1159, від 27 липня 2016 року за № 567 і наказом № 40 МОН України від 12 січня 2017 року, а її автор заслуговує присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за цією спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент –
доктор фізико-математичних наук,
професор, завідувач кафедри алгебри
та інформатики Чернівецького
національного університету
імені Юрія Федьковича

В.В. Городецький

