

ВІДГУК

офіційного опонента про дисертаційну роботу
Шумської Віталії Романівни
«Обернені коефіцієнтні задачі
для рівнянь дифузії з дробовими похідними»,
подану на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння

Дисертаційна робота В. Р. Шумської присвячена важливому питанню про розв'язність обернених початково-крайових задач для еволюційних рівнянь з дробовими похідними.

У сучасній теорії рівнянь з частинними похідними значну увагу привертають обернені задачі. Вони полягають у знаходженні не лише розв'язку задачі, а і й інших невідомих величин, які присутні у її постановці. Серед них, можуть бути права частина диференціального рівняння, його коефіцієнти, або, навіть, його порядок, якщо він є дробовим числом. Такі задачі природно виникають у застосуваннях, коли невідома частина величин або параметрів, які характеризують систему, що моделюється початково-крайовою задачею. Звісно, для знаходження цих величин потрібно вводити додаткові умови у постановку оберненої задачі.

В останні десятиліття активно розвивається теорія еволюційних диференціальних рівнянь з дробовими похідними. Такі рівняння служать математичними моделями низки природничих або економічних процесів, що відбуваються у фрактальних середовищах, або пов'язані з ефектами пам'яті чи самоорганізації системи. Серед цих рівнянь важливу роль відіграють рівняння дифузії порядку $\beta \in (0, 1)$ і дифузійно-хвильове рівняння порядку $\beta \in (1, 2)$ за часовою змінною, а також деякі їх узагальнення. Побудована теорія розв'язності задачі Коші та деяких початково-крайових задач для цих рівнянь. У цьому зв'язку є актуальними постановка і дослідження відповідних обернених задач. Звісно, їх вивчення суттєво ускладнюється, якщо праві частини задачі є нерегулярними узагальненими функціями або диференціальне рівняння містить нелінійні члени.

Об'єктом дисертаційного дослідження В. Р. Шумської є обернені задачі на визначення невідомих молодших коефіцієнтів еволюційних диференціальних рівнянь порядку $\beta \in (0, 2)$ за часовою змінною. Такі задачі для диференціальних рівнянь дробового порядку мало вивчені. Отже, тема дисертаційного дослідження є актуальною і важливою.



Дисертаційна робота складається з анотацій українською і англійською мовами, переліку умовних позначень, вступу, трьох розділів основної частини, висновків та списку використаних джерел. Її загальний обсяг становить 130 сторінок.

В анотаціях вказано основні результати дисертації та наведено список публікацій автора за її темою. Перелік умовних позначень достатньо повний і з поясненнями, що полегшує читання роботи. У вступі зазначено актуальність теми дисертації, вказано науково-дослідну тему, у рамках якої виконувалась робота, сформульовано мету і завдання дослідження, вказано об'єкт, предмет і основні методи дослідження, зазначено наукову новизну одержаних результатів і особистий внесок здобувача у них, вказано дані про публікації та апробацію результатів.

Перший розділ дисертаційної роботи містить огляд літератури за її тематикою і опис основних результатів роботи. Їх викладено у другому і третьому розділах. У другому розділі розглянуто обернені задачі у класах достатньо гладких функцій, а в третьому — у класах узагальнених функцій.

У другому розділі досліджено обернені початково-крайові задачі на знаходження невідомих молодших коефіцієнтів для трьох важливих класів багатовимірних еволюційних диференціальних рівнянь дробового порядку: рівняння дифузії порядку $\beta \in (0, 1]$, дифузійно-хвильового рівняння порядку $\beta \in (1, 2)$ і півлінійного телеграфного рівняння з похідними порядків $\alpha \in (1, 2)$ і $\beta \in (0, 1)$ за часовими змінними. Крайовою умовою для цих задач служить однорідна умова Діріхле, а додаткова умова перевизначення ставиться у вигляді

$$\int_{\Omega_0} u(x, t) \varphi_0(x) dx = F(t) \quad \text{для довільного } t \in [0, T], \quad (1)$$

де $u(x, t)$ — розв'язок відповідної прямої задачі, функції $\varphi_0(x)$ і $F(t)$ задані, а Ω_0 — нижня основа обмеженого циліндру, у якому поставлена задача. Припускається, що праві частини прямої задачі належать до підходящих просторів Гельдера і задовольняють деякі умови узгодження з функціями $\varphi_0(x)$ і $F(t)$, а невідомий молодший коефіцієнт залежить лише від часової змінної. Для кожної з досліджуваних обернених задач встановлено достатні умови, за яких задача має при достатньо малих значеннях $t > 0$ локальний розв'язок — пару, що складається з шуканої функції $u(x, t)$ з відповідного простору Гельдера і неперервного невідомого молодшого коефіцієнту. Показано, що деякі з цих умов є достатніми для єдиності глобального розв'язку оберненої задачі. Окрім того, знайдено інтегральне рівняння, розв'язком якого є $u(x, t)$, і отримано явну формулу молодшого коефіцієнту.

У третьому розділі досліджено обернені задачі на знаходження невідомих неперервних молодших коефіцієнтів для важливих класів еволюційних диференціальних рівнянь дробового порядку, праві частини яких мають вигляд $g(t)F_0(x)$, де $g(t)$ — неперервна функція, а $F_0(x)$ — узагальнена функція. Дані задачі Коші для цих рівнянь є також узагальненими функціями. Як і раніше, припускається, що невідомі коефіцієнти рівняння залежать лише від t . Досліджено обернену початково-крайову задачу для одновимірних рівняння дифузії порядку $\beta \in (0, 1)$ і дифузійно-хвильового рівняння порядку $\beta \in (1, 2)$, обернену задачу Коші для багатовимірного узагальнення першого з цих рівнянь і обернену задачу Коші для (лінійного) багатовимірного телеграфного рівняння з дробовими похідними як за часовою, так і за геометричними змінними. На відміну від попередніх, в останній оберненій задачі невідомими є два молодших коефіцієнта, а не один. Як і в другому розділі, крайовою умовою служить однорідна умова Діріхле, а додаткова умова перевизначення є аналогом співвідношення (1) для узагальнених функцій. Для цих обернених задач встановлено достатні умови, за яких вони мають локальний узагальнений розв'язок, неперервний за змінною t , і доведено, що деякі з цих умов є достатніми для єдиності глобального узагальненого розв'язку. Знайдено інтегральні рівняння, розв'язками яких є шукані функції відповідних прямих задач, і отримано явні формули молодших коефіцієнтів.

У висновках до дисертації вказано її основні наукові результати. Список використаних джерел є досить повним і налічує 128 найменувань.

На мою думку, головним досягненням дисертації В. Р. Шумської є те, що у ній знайдено конструктивні достатні умови існування локального розв'язку і єдиності глобального розв'язку раніше не досліджених обернених задач для важливих класів еволюційних диференціальних рівнянь дробових порядків.

Дисертація написана досить чітко з обґрунтуванням її результатів. Автореферат правильно і повно подає її основні досягнення.

Втім, до змісту дисертації є такі зауваження:

1. У дисертації, окрім рівнянь дифузії, досліджено й інші еволюційні диференціальні рівняння з дробовими похідними, що не відображено у її назві.

2. Бажано детальніше пояснити, що розуміється під терміном “узагальнена функція, неперервна за змінною t в узагальненому сенсі”. Цей термін уперше з'являється на с. 11 і використовується надалі в роботі.

3. На с. 10 (рядок 13) і далі використано невдале позначення $C_0^\infty(\bar{\Omega}_0)$ для простору нескінченно диференційовних функцій на обмеженій замкненій множині $\bar{\Omega}_0$. Тут, звісно, перший індекс 0 зайвий.

4. У дисертації трапляються друкарські помилки, зокрема, і в математичних формулах.

Ці незначні зауваження не впливають на загальне позитивне враження від дисертації.

Всі основні результати дисертації є новими і обґрунтованими. Вони достатньо повно і своєчасно опубліковані у 6 статтях у провідних вітчизняних і міжнародних наукових математичних виданнях, серед яких 2 входять до наукометричних баз даних SCOPUS і Web of Science. Результати дисертації доповідались на міжнародних наукових конференціях і семінарах, про що свідчить 7 тез доповідей.

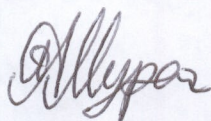
Дисертація виконана на високому науковому рівні та є цілісним і завершеним дослідженням. Вона має теоретичний характер. Її результати та методи можуть бути використані у подальших дослідженнях у теорії диференціальних рівнянь і математичній фізиці.

Дисертація відповідає спеціальності 01.01.02 — диференціальні рівняння.

Вважаю, що дисертаційна робота «Обернені коефіцієнтні задачі для рівнянь дифузії з дробовими похідними» відповідає всім вимогам «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою КМУ № 567 від 24.07.2013 зі змінами згідно постанови КМУ № 656 від 19.08.2015, що висуваються до кандидатських дисертацій, а її авторка Шумська Віталія Романівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 — диференціальні рівняння.

Офіційний опонент,
доктор фізико-математичних наук,
провідний науковий співробітник відділу нелінійного аналізу
Інституту математики НАН України

31.08.2017



О. О. Мурач

Підпис Мурача Олександра Олександровича засвідчую

Вчений секретар
Інституту математики НАН України,
кандидат фізико-математичних наук

31.08.2017



І. В. Соколенко