

ВІДГУК
офіційного опонента на дисертаційну роботу
Шумської Віталії Романівни
“Обернені коефіцієнтні задачі
для рівнянь дифузії з дробовими похідними”,
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних
наук зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння

У дисертаційній роботі Шумської В.Р. розглянуто обернені задачі для рівнянь дифузії з дробовими похідними. Оскільки похідні дробового порядку мають нелокальний характер, то рівняння дифузії з дробовими похідними за часом виникають у практичних задачах, які враховують пам'ять досліджуваної системи. Для таких рівнянь активно вивчаються різні задачі у зв'язку з численними застосуваннями у фізиці, хімії, біології, економіці та інженерії. Застосування дробового диференціювання та інтегрування до моделювання прикладних задач знаходимо у працях шкіл Ф. Майнарді, А. Нахушева, Р. Нігматуліна, Й. Гатано, Р. Метзлера, а також у працях львівських науковців: Ю. Повстенка, В. Гафійчука, Б. Дацка, З. Васюник, Я. П'янила та інших.

Важливими з точки зору практичних застосувань є обернені задачі відновлення елементів правої частини рівняння, початкових даних, коефіцієнтів чи окремих параметрів у рівнянні. Для параболічних рівнянь такі задачі вивчали, зокрема, А. Прилепко, В. Каминін, А. Кожанов, В. Ісаков, М. Іванчов та ін. Оберненим задачам для рівнянь дробової дифузії присвячено праці Дж. Накаваги, М. Ямамото, Т. Ямазакі, М. Ісмаїлова, М. Кіране, В. Рандела, Х. Х'ю, Л. Зуо, Дж. Ченга, А. Лопушанського, Г. Лопушанської та інших.

Мало вивченими є обернені задачі знаходження молодших коефіцієнтів у рівняннях із дробовими похідними, або ж коефіцієнтів біля узагальнених функцій у даних задач. Саме дослідженню таких обернених задач для рівнянь із дробовими похідними присвячена ця дисертаційна робота. Отож, тема дисертації актуальна.

Робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків і списку використаних джерел.

Перший розділ має допоміжний характер. У ньому наведено короткий огляд літератури за темою дисертації та коротко сформульовано одержані автором дисертації результати.



Другий розділ присвячено доведенню теорем про існування та єдиність класичних розв'язків обернених задач знаходження залежних від часу неперервних молодших коефіцієнтів дифузійно-хвильових рівнянь із дробовими похідними Джрбашяна-Капуто за часом. Розглянуто дві задачі: перша – на знаходження невідомого коефіцієнта біля невідомої функції у рівнянні, друга – на знаходження невідомого коефіцієнта біля похідної молодшого дробового порядку від невідомої функції у півлінійному телеграфному рівнянні з дробовими похідними за часом. Додатковою умовою (умовою перевизначення) є інтегральна умова.

Для дослідження розв'язності задач використовується метод функції Гріна. Задачі зведено до розв'язування інтегрального рівняння відносно невідомого розв'язку прямої задачі (у першому випадку) та до інтегродиференціального рівняння (у другому випадку). Існування розв'язку кожного з рівнянь доводиться із застосуванням принципу Шаудера про нерухому точку. Знайдено вираз для невідомого неперервного коефіцієнта рівняння через розв'язок прямої задачі. Єдиність розв'язку встановлена на всьому часовому проміжку за суттєво слабших умов – тільки на функції в умові перевизначення.

У третьому розділі вивчаються обернені задачі визначення молодших коефіцієнтів рівнянь із дробовими похідними (Рімана-Ліувіля) за часом і дробовим оператором за просторовими змінними i , на що варто наголосити, при заданих узагальнених функціях у правих частинах рівняння і початкових умов.

У підрозділі 3.1 доведено існування та єдиність розв'язку оберненої першої крайової задачі для дифузійно-хвильового рівняння з дробовою похідною Рімана – Ліувіля порядку $\beta \in (0,2)$ – задачі знаходження залежного від часу неперервного молодшого коефіцієнта. Додатково задано значення невідомого узагальненого розв'язку прямої задачі на фіксованій основній функції. З використанням вектор-функції Гріна задача зведена до нелінійного операторного рівняння у просторі узагальнених функцій, які неперервні за часом (в узагальненому сенсі) на $[0, T]$. Існування розв'язку рівняння доводиться із застосуванням теореми Банаха про нерухому точку.

У підрозділі 3.2 встановлено існування та єдиність розв'язку оберненої задачі Коші для рівняння з дробовою похідною за часом та узагальненими функціями в правих частинах рівняння. Задача полягає у

знаходженні узагальненого розв'язку задачі Коші та невідомого, залежного від часу, неперервного молодшого коефіцієнта рівняння.

У підрозділі 3.3 встановлено існування та єдиність розв'язку оберненої задачі Коші для телеграфного рівняння з дробовими похідними і за часом, і за просторовими змінними, при узагальнених функціях у правих частинах рівняння і початкових умов. Задача полягає у знаходженні розв'язку задачі Коші з простору узагальнених функцій, які неперервні (в узагальненому розумінні) за часом на $(0, T]$ й інтегровні, та одного або двох невідомих, залежних від часу, молодших коефіцієнтів рівняння, що можуть мати особливості при $t = 0$.

Єдиність розв'язків усіх задач, як і в випадках задач із регулярними даними, встановлена на всьому часовому проміжку, і також тільки за умов на функції, що є в умовах перевизначення.

До дисертаційної роботи В.Р. Шумської є такі зауваження.

1. У роботі є описки, зокрема: “Гріна” (замість “Гріна”) (с. 8, 13), “Г.П. Лопушанська, В.Р. Рапіта” (с.6) (замість “Н.Р. Lopushanska, V.R. Rapita”), “for” (с. 11) (замість “для”), “по таких” (с. 21) (“про такі”), “при додаткових умовах” (с. 51) (“за додаткових умов”), “належить” (с. 49) (“належить до”), та ін.).
2. На с. 10 у рядку 13 замість C_0^∞ достатньо записати C^∞ , оскільки області Ω_0, Q_0 обмежені.
3. На с. 37 замість $C_{2,\beta}(R^n)$ потрібно записати $C_{2,\beta}(Q)$.
4. В усій роботі вжито однакові позначення для множини натуральних чисел і для натурального числа N , для множини дійсних чисел і числа R (див., зокрема, с. 10). Доцільно було б їх позначити інакше.
5. На с. 11 замість $u^{(\lambda)}$ треба записати $u^{(\lambda)}$.
6. Формулюючи теореми 2.4 (с. 57), 3.1 (с. 71), варто було б уточнити, що u є розв'язком рівняння в області Q_0^* .
7. На с. 53 замість “підставимо їх в рівняння (2.16)” краще записати “підставимо їх в рівняння (2.16) та в умови (2.17), (2.18), (2.19)”, оскільки ці умови використано в подальшому доведенні, зокрема формули (2.33). У формулі, записаній після (2.33) вкінці замість $d\tau$ має бути dy .
8. На с. 62 замість “з крайової умови”, “з початкових умов” потрібно вказати їх номери (2.35) та (2.36).

9. В роботі використано леми Адамара, принцип Шаудера, принцип Банаха. Доцільно було б дати посилання на літературу, в яких вони доведені.

Вказані зауваження не зменшують цінності дисертаційної роботи та не впливають на її загальну позитивну оцінку. Результати дисертації достатньо повно опубліковані в 13 працях, зокрема, у 6 статтях з переліку фахових видань з математики. Всі доведення чіткі та повні. Автореферат правильно відображає зміст дисертації. Дисертація є завершеною працею, в якій одержано нові теоретичні результати, важливі в теорії обернених задач для диференціальних рівнянь із частинними похідними цілих і дробових порядків.

На підставі вищесказаного вважаю, що дисертаційна робота В.Р. Шумської “Обернені коефіцієнтні задачі для рівнянь дифузії з дробовими похідними” за актуальністю і одержаними науковими результатами відповідає всім вимогам “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами, внесеними згідно з Постановою Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 року, щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор – Шумська Віталія Романівна, заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Професор кафедри вищої математики
Національного лісотехнічного
університету України,
доктор фізико-математичних наук,
доцент

Процак

Процак Н. П.



Процак
Завіряю
начальник відділу кадрів
національного лісотехнічного
університету України

08 20/7р. Підпис *Процак*