

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу Стельмашука Віталія Володимировича "Аналіз узагальнених задач термоп'єзоелектрики та проекційно-сіткові схеми їх розв'язування", подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика.

### Актуальність досліджень дисертаційної роботи

З огляду на те, що застосування матеріалів з п'єзоелектричними та піроелектричними властивостями набуває все більшого значення у сучасних пристроях виникає потреба у комп'ютерному моделюванні взаємодії механічного, електричного та теплового полів у таких матеріалах. З літератури відомі аналітичні та числові методи розв'язування задач класичної та узагальненої термоп'єзоелектрики. У цьому контексті дисертаційна робота В.В.Стельмашука доповнює існуючі методи аналізом окремих варіаційних задач термоп'єзоелектрики та числовими схемами на основі методу скінченних елементів (зокрема, адаптивними) для розв'язування крайових та початково-крайових задач класичної термоп'єзоелектрики та узагальнених моделей термоп'єзоелектрики Лорда-Шульмана та Гріна-Ліндсея, що свідчить про актуальність тематики даного дослідження.

### Оцінка змісту та завершеності дисертації

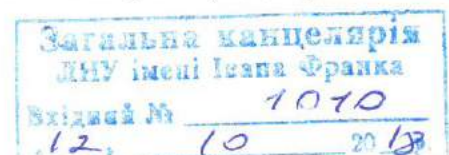
Структура даної дисертаційної роботи відповідає чинним вимогам МОН України. Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел, який містить 149 найменувань та додатку зі списком публікацій здобувача. Загальний обсяг дисертації становить 151 сторінку.

У *вступі* обгрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету та основні завдання роботи, виокремлено наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, показано зв'язок з науковими програмами та темами, а також розмежовано вклади співавторів праць.

У *першому* розділі розглянуто основні математичні моделі термоп'єзоелектрики, проведено огляд літератури та методів розв'язування таких задач, викладено постановки початково-крайових задач для моделей класичної та узагальненої термоп'єзоелектрики Лорда-Шульмана та Гріна-Ліндсея.

*Другий* розділ присвячений дослідженню вимушених гармонійних коливань піроелектрика у випадку класичної моделі термоп'єзоелектрики. З допомогою авторських програмних засобів побудованих на базі існуючих числових схем проведено серію числових експериментів та проаналізовано отримані результати. Також здобувачем побудовано  $h$ -адаптивну схему МСЕ для розв'язування такого роду задач та наведено приклад, який добре ілюструє ефективність побудованої числової схеми.

У *третьому* розділі, використовуючи існуючі числові схеми для розв'язування нестационарної задачі класичної термоп'єзоелектрики, здобувач



проводить серію числових експериментів з допомогою авторських програмних засобів для одновимірних та двовимірних областей. Досліджено питання перетворення енергії між механічним, електричним та тепловим полями піроелектрика. В окремих випадках зроблено порівняння отриманих числових результатів з даними відомими з літератури та показано їхню узгодженість між собою.

**Четвертий** розділ присвячений аналізу варіаційних задач термоп'єзоелектрики Лорда-Шульмана. Доведено коректність нестационарної варіаційної задачі та задачі про вимушені коливання піроелектрика у цьому випадку. Побудовано числову схему МСЕ розв'язування задачі про вимушені коливання піроелектрика та показано її стійкість та збіжність. Для нестационарної варіаційної задачі термоп'єзоелектрики Лорда-Шульмана побудовано однокрокову рекурентну схему її розв'язування. Числові результати, отримані за допомогою цієї однокрокової рекурентної схеми, добре корелюють з результатами описаними у роботах інших дослідників.

У **п'ятому** розділі розглядаються варіаційні задачі термоп'єзоелектрики Гріна-Ліндсея. Зокрема, доведено коректність нестационарної варіаційної задачі та задачі про вимушені коливання піроелектрика у цьому випадку. Для моделі Гріна-Ліндсея побудовано числову схему МСЕ розв'язування задачі про вимушені коливання піроелектрика та вивчено питання її стійкості та збіжності. Для нестационарної варіаційної задачі побудовано однокрокову рекурентну схему її розв'язування. Проведено числові експерименти з використанням побудованих схем розв'язування цих задач.

### **Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій.**

Усі наукові положення, висновки та рекомендації теоретично обґрунтовані. Більшість теоретичних положень дисертації доповнено результатами числових експериментів проведених з допомогою авторських програмних засобів та з використанням реальних фізичних характеристик піроелектричних матеріалів. Як видно з роботи дисертант добре володіє методами обчислювальної математики та функціонального аналізу і зміг з їхньою допомогою отримати нові наукові результати.

### **Достовірність результатів та їх новизна.**

У дисертаційній роботі розв'язано актуальну задачу побудови високоточних скінченно-елементних схем для розв'язування одно- та двовимірних задач класичної та узагальненої термоп'єзоелектрики. При цьому отримані такі основні результати.

1. Побудовано  $h$ -адаптивну схему МСЕ для розв'язування задачі про вимушені усталені коливання піроелектриків у випадку класичної моделі термоп'єзоелектрики, що гарантує отримання розв'язку з наперед заданою точністю.

2. Встановлено коректність варіаційних задач термоп'єзоелектрики Лорда-Шульмана та Гріна-Ліндсея про вимушені усталені коливання

піроелектриків. Побудовано чисельну схему МСЕ та встановлено достатні умови стійкості та збіжності схем.

3. Доведено коректність нестационарних варіаційних задач термоп'єзоелектрики Лорда-Шульмана та Гріна-Ліндсея. Побудовано проєкційно-сіткову схему розв'язування таких задач на основі МСЕ та одно крокової рекурентної схеми.

4. На основі побудованих чисельних схем для розв'язування задач термоп'єзоелектрики Лорда-Шульмана та Гріна-Ліндсея розроблено програмні засоби, які використовувалися для проведення числових експериментів. Зроблено порівняння отриманих результатів з результатами інших дослідників.

Отже, достовірність та обґрунтованість отриманих наукових результатів та положень дисертації не викликає сумніву і забезпечується математичною обґрунтованістю розроблених чисельних алгоритмів, а також тим, що всі теоретичні висновки підтверджено чисельними експериментами.

### **Практичне значення одержаних результатів**

Побудовану  $h$ -адаптивну схему МСЕ для розв'язування задачі про вимушені коливання піроелектрика можна використати для знаходження розв'язку з наперед гарантованою точністю.

Створений комплекс програм для розв'язування крайових та початково-крайових задач класичної та узагальненої термоп'єзоелектрики можна використати для комп'ютерного моделювання процесів, що відбуваються в піроелектричних матеріалах.

### **Повнота викладу в опублікованих працях.**

За матеріалами дисертації опубліковано 8 статей, з яких чотири – у вітчизняних періодичних фахових виданнях з переліку МОН України, одна – у закордонному виданні, яке проіндексоване в наукометричній базі Scopus, а решта праць складають розділи монографій опублікованих закордоном. У матеріалах наукових конференцій опубліковано 14 тез та матеріалів за тематикою дисертаційної роботи.

Зміст автореферату правильно відображає основні положення дисертації. В авторефераті та дисертації чітко зазначено особистий внесок здобувача у кожній опублікованій статті за тематикою роботи.

### **Зауваження**

Позитивно оцінюючи здобутки дисертанта, вважаю за необхідне зазначити наступні зауваження до поданої дисертаційної роботи:

1. У розділі 2 у числовому експерименті, що ілюструє роботу побудованої здобувачем  $h$ -адаптивної схеми МСЕ не вказано чітко, які саме функції бульбашкової структури беруться за базис скінченновимірною простору для знаходження оцінювача похибки розв'язку.

2. У цьому ж розділі на стор. 50 замість слів “прямокутної” пластини слід писати “квадратної” пластини.

3. У розділі 4 варто детальніше розкрити спосіб формування матриць в отриманій задачі Коші (4.63)-(4.64).

4. У розділах 4 та 5 було б добре в повній мірі дослідити питання стійкості та збіжності побудованих однокрокових рекурентних схем для розв'язування нестационарних задач термоп'єзоелектрики Лорда-Шульмана та Гріна-Ліндсея.

5. Загальний стиль написання дисертації є логічним, зрозумілим та доступним. Проте зустрічаються деякі описки та неточності тексту, на які автору вказано особисто.

### Висновки

Вказані зауваження не зменшують наукової та практичної цінності дисертаційної роботи, яка є завершеним цілеспрямованим науковим дослідженням., а побажання можуть бути реалізовані у подальшій науковій роботі.

Результати, представлені в дисертації, є новими, математично строго обґрунтовані й опубліковані з доведеннями у фахових журналах та доповідалися на багатьох наукових конференціях, а автореферат повно і вірно відображає зміст дисертації.

Робота виконана на належному науковому рівні, містить нові наукові положення та результати, які роблять суттєвий внесок у теорію чисельних методів..

За актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень, новизною дисертаційна робота Стельмашука В. В. "Аналіз узагальнених задач термоп'єзоелектрики та проекційно-сіткові схеми їх розв'язування" за змістом є завершеною науковою працею, відповідає паспорту спеціальності 01.01.07 – обчислювальна математика та вимогам ДАК МОН України щодо кандидатських дисертацій, а її автор Стельмашук Віталій Володимирович заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика.

### Офіційний опонент:

д. фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник,  
провідний науковий співробітник відділу  
числових методів математичної фізики  
Інституту прикладних проблем механіки і  
математики ім. Я. С. Підстригача НАН України

Подлевський Б. М.



Підпис Подлевського Б. М.  
Підписав: Подлевський Б. М.  
Вчений секретар ІППМ  
ім. Я. С. Підстригача НАНУ  
Підписав: Давиденко В. З.