

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу В.В. Стельмашука «Аналіз узагальнених задач термоп'єзоелектрики та проєкційно-сіткові схеми їх розв'язування», представлену на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика.

Унікальні властивості п'єзо- та піроелектричних матеріалів, які дозволяють перетворювати енергію механічного поля в електричну і теплову та навпаки, та їх використання в сучасних приладах та технологіях закріпило за ними неформальну назву «матеріали ХХІ століття». Незважаючи на різноманітні застосування, складність механізмів взаємодії згаданих полів у взірцях цих матеріалів робить їх дослідження актуальними як в інженерії, так і в створенні належних математичних моделей та надійних числових методів їх аналізу.

З огляду на ці обставини, слід відзначити важливість проведених дисертантом досліджень з аналізу розв'язності варіаційних задач термоп'єзоелектрики та схем методу скінченних елементів (МСЕ) для відшукування апроксимацій їхніх розв'язків.

Дисертаційна робота В.В. Стельмашука тісно пов'язана з основними напрямками наукових досліджень кафедри інформаційних систем Львівського національного університету імені Івана Франка, зокрема, з держбюджетної тематики.

Достовірність та обґрунтованість результатів дисертаційної роботи забезпечується строгими і акуратними доведеннями основних тверджень, які з достатньою повнотою наведені в дисертації. Теоретичне обґрунтування розроблених методів підтверджується обчислювальними експериментами.

Дисертаційна робота та автореферат оформлені згідно вимог МОН України.

Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел, який налічує 149 найменувань та додатку зі списком публікацій дисертанта. Обсяг дисертації становить 151 сторінку.

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми, висвітлено зв'язок роботи із науковими програмами, вказано мету, задачі й методи дослідження, наукову новизну результатів дисертації, теоретичне та практичне значення одержаних результатів.

У **першому** розділі охарактеризовано стан проблеми термоп'єзоелектрики як з позицій математичного моделювання цього явища, так і чисельного розв'язання задач цієї теорії, зокрема, нестационарних та про вимушені усталені коливання. Наведено формулювання початково-крайових задач в дещо узагальненій редакції Міндліна-Фойгта (класична модель термоп'єзоелектрики в термінології автора), а також у редакції узагальнених моделей Лорда-Шульмана та Гріна-Ліндсея, які далі вибрано за основні об'єкти аналізу та числового розв'язування. Зроблено досить повний огляд літератури з цих питань та застосувань термоп'єзоелектрики.

У **другому** та **третьому** розділах дисертації теоретичні результати праць Г.А. Шинкаренка доведено до комп'ютерної реалізації проєкційно-сіткових схем та аналізу числових результатів з модельними задачами класичної термоп'єзоелектрики. Беручи за основу результати Ф.В. Чабана для розв'язання проблем п'єзоелектрики, автором розвинено їх на випадок проблем термоп'єзоелектрики (не лише класичної моделі, але й, як видно з наступних розділів, узагальнених). Розглянуто питання коректності варіаційних задач та збіжності апроксимацій МСЕ. Зокрема, для розв'язання задач про вимушені гармонійні коливання сформульовано задачу про нев'язку апроксимації МСЕ і побудовано її  $h$ -адаптивний варіант з використанням апостеріорного оцінювача похибки такої апроксимації. Наведені результати обчислювальних експериментів в повній мірі демонструють ефективність і надійність розроблених обчислювальних схем і високий рівень кваліфікації дисертанта.

12 10 2011 18

У четвертому розділі дисертації перед побудовою проекційно-сіткової схеми для задач термоп'єзоелектрики Лорда-Шульмана автором сформульовано варіаційні формулювання задач цієї теорії для випадків як поширення ударних хвиль, так і усталених гармонійних хвиль. Встановлено достатні умови неперервності та еліптичності білінійних форм і лінійних функціоналів варіаційних рівнянь, що дозволило автору довести коректність формулювань розглянутих задач для обох згаданих випадків. Слід відзначити, що доведення коректності задачі про гармонійні хвилі побудовано на основі теореми 4.1, яка встановлює нетривіальний зв'язок між амплітудами шуканої температури та амплітудами шуканих теплових потоків (оскільки модель Лорда-Шульмана ігнорує закон Фур'є і розглядає тепловий потік як додаткову невідому). Цей факт дозволяє задовольнити умови теореми Лакса-Мільграма у випадку гармонійних коливань, а також встановити стійкість та збіжність побудованої схеми МСЕ.

У випадку вивчення ударних хвиль зв'язок шуканої температури з тепловим потоком описується додатковим диференціальним рівнянням, тому автору знадобилося детально проаналізувати рівняння енергетичного балансу цієї моделі термоп'єзоелектрики і з використанням леми Гронуола одержати апріорні оцінки, необхідні для доведення коректності нестационарної задачі Лорда-Шульмана. Цей результат дозволив автору побудувати консервативну однокрокову схему інтегрування в часі напівдискретизованих за просторовими змінними задач термоп'єзоелектрики.

У п'ятому розділі дисертації автором сформульовано і досліджено варіаційні задачі термоп'єзоелектрики Гріна-Ліндсея як з питань їх коректності, так і проекційно-сіткових методів їх розв'язання. План цього дослідження в багатьох деталях схожий до вжитого дисертантом в розділах 3 та 4 і тут доцільно зауважити, що модель Гріна-Ліндсея (як і одержана на інших гіпотезах модель Лорда-Шульмана) містить як частковий випадок лише модель класичної термоп'єзоелектрики. Автору вдалося, використовуючи специфічний запис білінійної форми та лінійного функціоналу та з допомогою теореми Лакса-Мільграма, довести коректність варіаційної задачі про вимушені гармонійні коливання піроелектрика. Також доведено стійкість та збіжність побудованої числової схеми МСЕ розв'язування цієї задачі. Коректність нестационарної варіаційної задачі термоп'єзоелектрики Гріна-Ліндсея автором доведено з допомогою рівняння енергетичного балансу та побудовано однокрокову рекурентну схему для числового розв'язування цієї задачі.

**Основними результатами дисертації є наступні:**

- Розроблено  $h$ -адаптивну схему МСЕ для числового розв'язування задач про вимушені коливання піроелектрика для класичної моделі термоп'єзоелектрики.
- Доведено коректність варіаційних задач термоп'єзоелектрики для моделей Лорда-Шульмана та Гріна-Ліндсея.
- Побудовано числові схеми МСЕ для розв'язування задач про вимушені коливання піроелектрика для моделей Лорда-Шульмана та Гріна-Ліндсея. Доведено їхню стійкість та збіжність.
- Побудовано однокрокові рекурентні схеми для розв'язування нестационарних задач термоп'єзоелектрики для моделей Лорда-Шульмана та Гріна-Ліндсея.
- Наведені в дисертації числові схеми було апробовано за допомогою ряду обчислювальних експериментів проведених з використанням пакету авторських програм. В окремих випадках зроблено порівняння одержаним числових результатів з наявними в літературі і вказано на їхню узгодженість.

Усі результати дисертації, що виносяться на захист, є новими, строго обґрунтованими, достатньо повно висвітлені в публікаціях.

Зміст автореферату відповідає основним положенням дисертації.

До роботи можна висловити деякі зауваження і побажання:

- У розділі 2 в прикладах обчислювальних експериментів наведено дещо інші позначення амплітуд шуканих величин, ніж ті, які використані в теоретичних викладках цього розділу.
- На базі побудованої дисертантом h-адаптивної схеми МСЕ для розв'язування задачі про вимушені коливання піроелектрика у випадку класичної термоп'єзоелектрики було б добре побудувати схожі адаптивні схеми для моделей Лорда-Шульмана та Гріна-Ліндсея.
- В роботі присутні деякі описки з розділовими знаками, зокрема, в формулах (3.12)-(3.14), (3.17), (3.28), (4.70)-(4.74).
- Для побудованих дисертантом однокрокових рекурентних схем розв'язування нестационарних задач термоп'єзоелектрики Лорда-Шульмана та Гріна-Ліндсея варто було б провести теоретичний аналіз їх стійкості та збіжності.
- У розділі 5 не подано жодного прикладу обчислювального експерименту, який би ілюстрував застосування побудованих числових схем до розв'язування нестационарних задач термоп'єзоелектрики Гріна-Ліндсея.

Однак, наведені зауваження та побажання не знижують цінності дисертаційної роботи і не впливають на її позитивну оцінку в цілому. Вважаю, що дисертація В.В. Стельмашука «Аналіз узагальнених задач термоп'єзоелектрики та проекційно-сіткові схеми їх розв'язування» є завершеною науковою працею.

За актуальністю теми, обсягом проведених досліджень, науковою новизною, теоретичною та практичною цінністю отриманих результатів дана дисертація відповідає вимогам МОН України щодо кандидатських дисертацій, а її автор Стельмашук Віталій Володимирович заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика.

Офіційний опонент  
кандидат фіз.-мат. наук, доцент  
кафедри обчислювальної математики  
Одеського національного університету  
імені І.І. Мечникова



В.В. Вербіцький

Підпис В.В. Вербіцького засвідчую  
кандидат хімічних наук, доцент  
Вчений секретар  
Одеського національного університету  
імені І.І. Мечникова




С.В. Курандо