

## ВІДГУК

офіційного опонента про дисертацію Добушовського Маркіяна Степановича "Асимптотичні властивості інтеграла Лапласа-Стілтєса", подану до захисту на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 - математичний аналіз

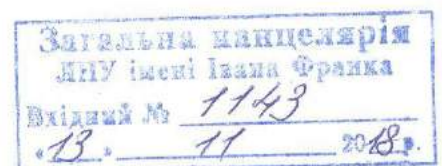
*1. Актуальність теми.* Окремим напрямком в теорії голоморфних функцій є дослідження асимптотичних властивостей функцій в залежності від властивостей коефіцієнтів їхніх зображень через функціональні ряди (степеневі ряди, ряди Діріхле і т.п.). Ефективні підходи до таких досліджень дає використання властивостей максимального члена відповідного ряду. Природним узагальненням, зокрема рядів Діріхле, є інтеграли типу Лапласа-Стілтєса

$$I(\sigma) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{t\sigma} dF(t),$$

а природним аналогом максимального члена є максимум підінтегральної функції. Інтеграл Лапласа-Стілтєса відіграє важливу роль в різних розділах математики та її застосуваннях. Для застосувань важливо вміти отримувати потрібні оцінки інтеграла  $I(\sigma)$ . Цій проблемі присвячені сотні публікацій багатьох авторів. Крім вказаних в дисертації праць варто звернути увагу на дослідження Р.Юлмухаметова (Напалков В.В., Башмаков Р.А., Юлмухаметов Р.С. Асимптотическое поведение интегралов Лапласа и геометрические характеристики выпуклых функций // ДАН. Т. 413. № 1. 2007. С. 20–22.). Незважаючи на чисельні дослідження залишаються відкритим ряд питань і, зокрема, питання про аналоги теореми Уїттекера.

Дисертаційна робота М.С. Добушовського присвячена знаходженню досить тонких асимптотичних оцінок інтеграла Лапласа-Стілтєса. З огляду на сказане вище не повинно виникати сумніву в актуальності розглянутої у дисертації проблеми. Тому вважаю, що тема дослідження є актуальною, а її основні результати є новими і вартують уваги.

*2. Наукова новизна результатів дисертаційної роботи.* Дисертація складається зі вступу, трьох розділів, висновків та списку використаних джерел. У вступі обґрунтовано актуальність теми дослідження, вказані мета, завдання та методи досліджень, підкреслено наукову новизну отриманих результатів, наведено форми апробації одержаних результатів, описано особистий внесок здобувача, кількість публікацій, структуру та обсяг дисертації, подано огляд основних результатів, зроблено аналіз літературних джерел, наведено необхідні означення та теореми, пов'язані з тематикою досліджень і висвітлено передумови вибору тематики дисертації.





Перший розділ дисертації присвячений оцінкам інтегралів Лапласа-Стілтєса знизу і зверху з наступним застосуванням їх до дослідження зв'язку між зростанням цього інтегралу і максимумом його підінтегрального виразу. Основні результати розділу містяться в теоремах 1.1-1.7, серед яких слід виділити досить громіздку і водночас цікаву теорему 1.1.

У другому розділі дисертаційної роботи в термінах загальної двочленної асимптотики досліджено можливе зростання функції, спряженої за Юнгом з довільною відмінною від  $+\infty$  функцією  $P$  у залежності від поведінки функції  $P$ . Ці результати застосовано до дослідження двочленної асимптотики інтеграла Лапласа-Стілтєса. Основні результати містяться в досить цікавих і тонких твердженнях 2.1-2.3 та теоремах 2.1-2.3.

У третьому розділі отримано оцінку зверху для

$$\lim_{\sigma \rightarrow A} \frac{\ln \ln \mu(\sigma; I)}{\ln \Phi(\sigma)}$$

і відповідні результати застосовано до пошуків аналогів теореми Уїттекера. Основні результати містяться в теоремах 3.1-3.3, серед яких основною є теорема 3.3 – аналог теореми Уїттекера.

3. *Обґрунтованість і достовірність результатів дисертації.* Всі результати дисертаційної роботи М.С. Добушовського доведені на сучасному математичному рівні і тому щодо їхньої вірогідності не виникає сумніву. Дисертація написана чіткою, зрозумілою мовою, виклад логічний і послідовний. Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

4. *Публікації і апробація результатів роботи.* Основні результати дисертації опубліковані в 5 статтях, серед яких 2 у фахових виданнях із переліку, затверджені Міністерством освіти і науки України, а 3 – у науковому фаховому, що відображене у науково-метричній базі SCOPUS. Основні результати дисертації доповідались на 7 наукових конференціях і 2 спеціалізованих семінарах, а тому пройшли належну апробацію.

#### 5. *Зауваження.*

*Зауваження 1.* У формулюванні теореми 1.1 наявні два абзаци, що виглядає досить дивно.

*Зауваження 2.* Ми не зрозуміли першої фрази розділу 3.

*Зауваження 3.* Дисертаційна робота належно оформлена, проте наявна певна несуттєва кількість опісок (див., наприклад: стор. 16, 6-ий рядок знизу: пропущено “іх”, стор. 36, 1-ий рядок знизу: замість  $F$  має бути  $\Psi$ ) і дрібних недоглядів (стор. 64, 2 рядок зверху замість  $P'(\sigma)$  повинно бути  $\Phi'(\sigma)$ ; стор. 105, 3,4-ий рядок зверху, стор. 106, 2-ий рядок знизу: в границі замість  $\tau \rightarrow +\infty$  повинно бути  $\sigma \rightarrow +\infty$ ), які, правда, ніяк не спотворюють змісту роботи.

*Зауваження 4.* До списку літературних джерел вартувало б додати праці Р. Юлмухаметова.

Всі ці зауваження не є принциповими і не впливають на загальну

оцінку роботи.

б. *Висновки.* Підсумовуючи сказане вище, зазначимо, що дисертаційна робота має теоретичний характер, а її результати є вагомим внеском у теорію інтегралів Лапласа-Стілтєса. В ній для інтегралів Лапласа-Стілтєса з довільною абсцисою збіжності отримано нові оцінки зверху та знизу і встановлено зв'язок між зростанням логарифмів інтегралу Лапласа-Стілтєса та максимуму його підінтегрального виразу, у термінах загальної двочленної асимптотики встановлено зв'язок між поведінням спряжених за Юнгом функцій і досліджено загальну двочленну асимптотику інтегралів Лапласа-Стілтєса і отримано аналоги теореми Уїттекера про порядок і нижній порядок цілої функції, зображеної лакунарним степеневим рядом.

Оскільки дисертаційна робота Добушовського Маркіяна Степановича є завершеним науковим дослідженням, виконана на актуальну тему, містить нові науково обгрунтовані результати, належно оформлена, то вона повністю відповідає вимогам МОН України щодо дисертацій на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук, а її автор Добушовський Маркіян Степанович заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 - математичний аналіз.

Доктор фізико-математичних наук,  
професор, завідувач кафедри математики  
Дрогобицького державного педагогічного  
університету імені Івана Франка



Б. В. Винницький

Підпис доктора фіз.-мат. наук  
Б. В. Винницького засвідчую:  
вчений секретар вченої ради Дрогобицького  
державного педагогічного університету  
імені Івана Франка



М. Д. Галів