

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу Борачка Ігоря Володимировича «Чисельне розв'язування задачі Коші для рівняння Лапласа в тривимірних двозв'язних областях», подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика.

Актуальність досліджень дисертаційної роботи

Задача Коші для рівняння Лапласа є відомим прикладом некоректно поставленої за Адамаром задачі, суть якої полягає в реконструкції невідомих даних Коші на частині границі області за її відомими перевизначеними даними на іншій частині границі. Для чисельного розв'язування цієї лінійної оберненої задачі використовується клас регуляризуючих методів, які дозволяють знайти стійкий наближений розв'язок. Випадок двовимірних областей є достатньо дослідженим, враховуючи велику кількість наукових праць по даній тематиці, проте випадок тривимірних областей є менш дослідженим. Саме такі області розглядаються в роботі Борачка І.В.

Зазвичай для чисельного розв'язування коректних диференціальних задач використовуються методи, побудовані на основі скінченних елементів, проте в даній роботі для аналогічних потреб використовується метод граничних інтегральних рівнянь. Це викликано безсумнівними перевагами такого підходу для певних класів граничних задач. Поєднання відповідного методу регуляризації і методу граничних інтегральних рівнянь для чисельного розв'язування тривимірної некоректної задачі формує нетривіальну теоретичну задачу, розв'язок якої наведений в праці Борачка І.В. Більше того, враховуючи широке застосування розглядуваної задачі в різного роду неруйнівному тестуванні, отримуємо практичну цінність даної роботи.

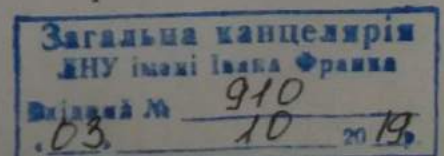
Оцінка змісту та завершеності дисертації

Структура даної дисертаційної роботи відповідає чинним вимогам МОН України. Дисертація складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатку зі списком публікацій здобувача. Загальний обсяг дисертації становить 137 сторінок.

У **вступі** наведено актуальність теми роботи, показано зв'язок з науковими програмами та темами, сформульовано мету та задачі дослідження.

У **першому розділі** наведено постановку задачі Коші та досліджено її некоректність. Наведено означення базових функціональних просторів, основних означень з теорії регуляризації і зроблено короткий огляд чисельних методів для розв'язування подібних некоректних задач.

Другий розділ присвячений регуляризуючому методу Тіхонова в поєднанні з методами інтегральних рівнянь для чисельного розв'язування вихідної задачі. За допомогою прямого і непрямого методів інтегральних рівнянь задачу Коші зведено до системи некоректних лінійних інтегральних рівнянь. Для двох підходів одержану систему інтегральних рівнянь повністю



дискретизовано дискретним проєкційним методом Гальоркіна, застосовним до побудованої параметризованої системи з відповідним вибором кубатурних формул, виділенням слабких особливостей в ядрах і вибором базисних функцій. Наведено алгоритм застосування методу Тіхонова до одержаної системи алгебраїчних рівнянь, у випадку, коли параметр регуляризації вибирається за методом L-кривих. Побудовано розрахункові формули для знаходження наближених значень шуканих даних Коші і наведено результати чисельних експериментів, які підтверджують теоретичні дослідження. Також, наведено алгоритм ефективного формування коефіцієнтів матриці для зменшення обчислювальних витрат.

У **третьому розділі**, розглядаються ітераційні регуляризуючі методи. Альтернуючий метод, застосований до задачі Коші аналогічно як і для раніше досліджених некоректних еліптичних задач. Проте, в роботі також розглянуто новий ітераційний метод, побудований на основі узагальненого методу Ландвебера. Для усіх ітераційних методів наведені теореми про збіжність і стійкість. Проміжні коректні задачі для рівняння Лапласа чисельно розв'язані непрямим методом інтегральних рівнянь, а дискретизовано за проєкційним методом Гальоркіна. Наведені результати чисельних експериментів для розв'язування задачі Коші усіма ітераційними методами.

Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій.

Вищенаведені факти дозволяють зробити висновок, що основні результати даного дисертаційного дослідження є новими, строго математично обґрунтованими, а робота має завершений характер. Як видно з роботи дисертант добре володіє методами обчислювальної математики та функціонального аналізу і зміг з їхньою допомогою отримати нові наукові результати.

Достовірність результатів та їх новизна.

У дисертаційній роботі розв'язано актуальну задачу побудови та обґрунтування чисельних методів і алгоритмів розв'язування тривимірної задачі Коші для рівняння Лапласа в двозв'язних областях. При цьому отримані такі нові результати.

1. Розроблено алгоритми чисельного розв'язування некоректної тривимірної задачі Коші для рівняння Лапласа ітераційними методами та методом Тихонова.

2. Розроблено алгоритм зведення диференціальних задач до системи інтегральних рівнянь.

3. Запропоновано чисельне розв'язування інтегральних рівнянь проєкційним методом Гальоркіна.

4. Запропоновано алгоритм оптимізації кількості обчислень, досліджено збіжність та наведено оцінки похибок методів.

Отже, достовірність та обґрунтованість отриманих наукових результатів та положень дисертації не викликає сумніву і забезпечується математичною

обґрунтованістю розроблених чисельних алгоритмів, а також тим, що всі теоретичні висновки підтверджено чисельними експериментами

Повнота викладу в опублікованих працях.

За матеріалами дисертації опубліковано 5 статей, з них чотири праці у виданнях, які проіндексовані в наукометричних базах Scopus та Web of Science. У матеріалах наукових конференцій опубліковано 4 тези за тематикою дисертаційної роботи.

Зміст автореферату правильно відображає основні положення дисертації. В авторефераті та дисертації чітко зазначено особистий внесок здобувача у кожній опублікованій статті за тематикою роботи.

Зауваження та побажання щодо дисертаційної роботи

Позитивно оцінюючи здобутки дисертанта, вважаю за необхідне зазначити наступні зауваження до поданої дисертаційної роботи:

1. При розв'язуванні коректних прямих задач у пропонуваніх ітераційних регуляризованих методах автор використовує спектральний метод Гальоркіна. Це приводить до обмеження класу граничних поверхонь (мають бути ізоморфні одиничній сфері). Чи доцільно це робити, зважаючи, що основна похибка отримується власне з регуляризованих методу?
2. У дисертаційній роботі розглянуто низку чисельних методів для розв'язування задачі Коші для рівняння Лапласа. Проте в тексті не має чіткого їх порівняння за ефективністю для різних типів задач.
3. Висока розмірність задачі спричинила наявність великої кількості індексів при описі методів і, як результат, з'явилися описки. Наприклад, на с. 53 у формулах (2.4.12) і (2.4.15) очевидно замість індексів p і p' мають бути ρ і ρ' .
4. Загальний стиль написання дисертації є логічним, зрозумілим та доступним. Проте зустрічаються деякі описки та неточності тексту, на які автору вказано особисто.

Загальна оцінка дисертаційної роботи

Вказані недоліки не мають суттєвого значення та не впливають на загальну позитивну характеристику роботи, а побажання лише розширюють дослідження і можуть бути реалізовані в майбутній науковій роботі.

Результати, представлені в дисертації, є новими, математично строго обґрунтовані й опубліковані з доведеннями у фахових журналах та доповідалися на наукових конференціях, а автореферат повно і вірно відображає зміст дисертації.

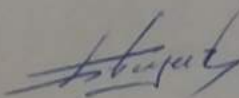
Робота виконана на належному науковому рівні, містить нові наукові положення та результати, які роблять суттєвий внесок у теорію чисельних методів.

За актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень, новизною дисертаційна робота І. В. Борачка на тему «Чисельне розв'язування задачі Коші

для рівняння Лапласа в тривимірних двозв'язних областях» за змістом є завершеною науковою працею, відповідає паспорту спеціальності 01.01.07 – обчислювальна математика та повністю задовольняє чинним вимогам ДАК МОН України щодо кандидатських дисертацій, а її автор Борачок Ігор Володимирович заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.07 – обчислювальна математика.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник,
провідний науковий співробітник відділу
числових методів математичної фізики
Інституту прикладних проблем механіки і
математики ім. Я. Підстригача НАН України

 Б. М. Подлевський



Підпис *Подлевського Б.М.*
засвідчую
вчений секретар ІПММ
ім. Я.С.Підстригача НАНУ
Кравчишин О.З.

