

## ВІДГУК

офіційного опонента

на дисертацію Волянської Ірини Ігорівни

„Крайові задачі для рівнянь з частинними похідними у плоских областях”,

подану до захисту на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

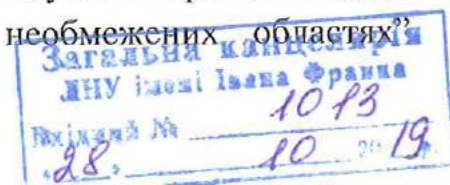
Відомо, що упродовж останніх десятиліть одним із провідних напрямків у розвитку сучасної теорії диференціальних рівнянь стало вивчення питань про коректну постановку задач з крайовими умовами для диференціальних рівнянь з частинними похідними в обмежених і необмежених областях. Цікавість до їх вивчення зумовлена як потребою побудови загальної теорії крайових задач, так і тим, що такі задачі є моделями багатьох фізичних процесів.

Дослідженню задач з крайовими умовами для рівнянь з частинними похідними присвячено на скінченному часовому інтервалі багато робіт. Особливої уваги заслуговують дослідження Б. Й. Пташника та його учнів, в яких (на основі метричного підходу) знайдено умови однозначної розв'язності крайових задач для різних класів рівнянь та систем рівнянь з частинними похідними в обмежених за просторовою змінною областях. Що стосується вивчення крайових задач для рівнянь та систем рівнянь з частинними похідними в необмежених за просторовою змінною областях, то варто відзначити роботи В. М. Борок, Л. В. Фардіголи, П. І. Каленюка, З. М. Нитребича та їх учнів, якими встановлено класи єдиності та класи коректної розв'язності розглянутих задач у необмеженому шарі.

Характерна ознака дисертаційної роботи І. І. Волянської – це лише одна просторова змінна і, як наслідок, відсутність проблеми малих знаменників, яка притаманна подібним задачам з багатьма просторовими змінними. Двовимірний випадок (одна виділена змінна і одна просторова змінна) є принципово відмінним від багатовимірною і потребує окремого розгляду.

Дисертація І. І. Волянської присвячена вивченню задач з локальними та нелокальними двоточковими, а також локальними багатоточковими умовами за часовою координатою для лінійних рівнянь із частинними похідними в двовимірних (обмежених та необмежених за просторовою змінною) областях. Дослідження коректності даних задач та вивчення властивостей їх розв'язків є актуальною проблемою.

Результати дисертаційного дослідження отримано у рамках виконання бюджетних тем “Аналітичні та наближені методи розв'язування крайових задач для диференціальних рівнянь в обмежених та необмежених областях”



(державний реєстраційний номер 0112U001205) та “Дослідження розв’язності крайових задач для рівнянь з частинними похідними, розробка нових методів теорії функцій та функціонального аналізу, математичне моделювання процесів різної структури” (державний реєстраційний номер 0116U004101) кафедри вищої математики Національного університету “Львівська політехніка”.

Дисертаційна робота викладена на 160 сторінках і складається з переліку умовних позначень, вступу, п’яти розділів, висновків та списку використаних джерел, який налічує 123 найменування.

У *вступі* обґрунтовано актуальність тематики дисертаційної роботи, сформульовано мету та задачі дослідження, перелічено основні результати дисертації, відзначено новизну, апробацію та практичне значення результатів дослідження.

У *першому розділі* дисертації зроблено огляд літератури, яка стосується тематики дисертаційного дослідження.

У *другому розділі* «Основні функціональні простори та допоміжні твердження» введено функціональні простори (простори Соболева та простори експоненційного типу), у яких розглядаються досліджувані задачі, наведено деякі допоміжні твердження алгебраїчного характеру.

У *третьому розділі* «Локальні двоточкові задачі для лінійних рівнянь у циліндричних областях» побудовано розв’язки та встановлено коректність задачі Діріхле для рівняння з частинними похідними і молодшими членами у просторах Соболева та локальної двоточнової задачі для рівняння, однорідного за порядком диференціювання, у просторах експоненційного типу.

*Четвертий розділ* «Нелокальні двоточкові задачі для лінійних рівнянь у двовимірних областях» присвячений дослідженню у прямокутнику та необмеженій за просторовою змінною смузі умов однозначної розв’язності нелокальних крайових задач для лінійних рівнянь з частинними похідними. Зокрема, знайдено умови коректної розв’язності нелокальної крайової задачі для диференціально-операторного рівняння з комплексною змінною.

У *п’ятому розділі* «Задачі з багатоточковими умовами для лінійних рівнянь з молодшими членами» отримано необхідні і достатні умови єдиності та достатні умови існування розв’язку багатоточкових задач для рівнянь з частинними похідними у просторах функцій з експоненційною поведінкою на нескінченості.

При виконанні дисертаційної роботи І. І. Волянська пододала значні математичні труднощі, пов’язані з явною побудовою розв’язків у вигляді рядів або інтегралів Фур’є, з дослідженням їх збіжності та оцінюванням відповідних норм у просторах Соболева або просторах експоненційного типу. Особливу

складність доведення мають відповідні двосторонні оцінки симетричних функцій коренів характеристичного рівняння.

Отримані у дисертації результати є достовірними та строго математично обґрунтованими. Усі результати дисертації є новими, достатньо повно опублікованими в 10 фахових виданнях, з яких 1 стаття опублікована у виданні України, яке включено до міжнародної наукометричної бази Scopus. Отримані результати були апробовані на 23 наукових конференціях різних рівнів.

Робота має теоретичний характер, її результати можуть бути використані у подальших дослідженнях крайових задач для рівнянь з частинними похідними, а також при дослідженні конкретних прикладних задач, моделями яких є розглянуті в дисертації задачі.

Автореферат повністю та правильно відображає зміст дисертації.

Слід зауважити однак, що рецензована дисертаційна робота не позбавлена деяких незначних недоліків.

1. У пункті 3.2, при наведенні часткових випадків умов (3.47), варто було б зробити посилання на праці авторів, які вивчали подібні задачі з цими умовами.

2. У прикладі 3.1 ліва частина рівняння (3.62) повинна містити другу похідну за просторовою змінною, інакше будемо мати звичайне диференціальне рівняння 4-го порядку.

3. У пункті 4.1 позначення коефіцієнтів Фур'є  $\varphi_{mk}$  функцій  $\varphi_m$  переобтяжене. Наприклад, символ  $\varphi_{12}$  може сприйматися і як функція з індексом 12, і як коефіцієнт Фур'є функції  $\varphi_1$  при  $e^{i2x}$ . Такі позначення коефіцієнтів Фур'є присутні у всіх розділах дисертації. На мою думку, індекси коефіцієнтів Фур'є варто було б розділити комою.

4. У формулі (4.38) пункту 4.2 не вказано від яких параметрів залежить додатна константа  $\tilde{C}_0$ .

5. Основні результати дисертації одержані у випадку однорідних рівнянь та систем. Цікавою є можливість поширення цих результатів на неоднорідні рівняння та системи.

6. Крім обмежених областей (прямокутник) і необмежених областей (смуга) доцільно було б розглянути задачі в напівобмежених областях (напівсмуга), а також крайові умови 3-го роду. Цікаво чи у цих випадках можна одержати результати, аналогічні до анонсованих у дисертаційній роботі.

Проте, перелічені зауваження та мовні огріхи граматичного і стилістичного характеру, які інколи зустрічаються в тексті, не зменшують цінності дисертаційної роботи та не впливають на її загальну позитивну оцінку.

Вважаю, що дисертаційна робота І. І. Волянської “Крайові задачі для рівнянь з частинними похідними у плоских областях” виконана на високому науковому рівні, задовольняє всі вимоги МОН України та пп. 9, 11, 12 “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року зі змінами, внесеними згідно з Постановою Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 року і наказу № 40 МОН України від 12 січня 2017 року, щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор Волянська Ірина Ігорівна, заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Проректор з наукової роботи,  
професор кафедри математики  
Кам’янець-Подільського національного університету  
імені Івана Огієнка,  
доктор фізико-математичних наук, професор



І. М. Конет

