

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Бака Сергія Миколайовича «Дискретні нескінченновимірні гамільтонові системи на двовимірній ґратці», подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння, 111 – математика

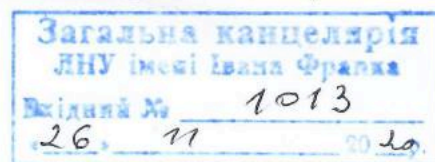
Дисертація присвячена дослідженню нескінченних систем диференціальних рівнянь, що описують динаміку нескінченних систем нелінійних осциляторів, системи типу Фермі-Пасти-Улама, дискретні рівняння типу синус-Гордона, дискретні нелінійні рівняння типу Шредінгера на двовимірній ґратці. Такі моделі становлять значний теоретичний і практичний інтерес у сучасній нелінійній фізиці та її застосуваннях. Але з математичної точки зору такі системи вивчені досить слабко, тому дане дисертаційне дослідження є досить актуальним, цікавим і своєчасним.

Робота складається зі вступу, семи розділів, висновків, списку використаних джерел і додатків.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, вказано зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, сформульовано мету і завдання дослідження, визначено об'єкт і предмет дослідження, описано методи дослідження, охарактеризовано наукову новизну і практичне значення одержаних результатів, вказано публікації та апробацію результатів дослідження.

У першому розділі «Огляд літератури та результатів дисертації» проаналізовано літературу за тематикою дослідження та розглянуто основні результати дисертації.

Другий розділ «Задача Коші для системи нелінійних осциляторів на двовимірній ґратці» присвячений коректності задачі Коші для нескінченних систем лінійно зв'язаних нелінійних осциляторів на двовимірній ґратці. Дана задача зводиться до задачі Коші для нелінійних диференціально-операторних рівнянь другого порядку з обмеженим оператором у просторі l^2 . Тому



локальна коректність задачі впливає із добре відомих результатів. У роботі наведені природні і досить загальні достатні умови існування глобальних розв'язків для будь-яких початкових даних. Основними умовами тут є недодатність оператора лінійної взаємодії між осциляторами та напівобмеженість знизу потенціальних функцій самих осциляторів. Якщо ж потенціальні функції осциляторів не є напівобмеженими, то глобальні розв'язки можуть не існувати. Це питання детально досліджено у випадку степеневій потенціальної функції.

У третьому розділі «**Періодичні за часовою змінною розв'язки в системах нелінійних осциляторів на двовимірній ґратці**» вивчаються періодичні за часовою змінною розв'язки в нескінченних системах лінійно зв'язаних нелінійних осциляторів на двовимірній ґратці. У фізичній літературі такі розв'язки називаються бризерами і привертають останнім часом значну увагу. Отримано результати про існування періодичних за часом розв'язків, які не є сталими для всіх достатньо великих значень періоду. Для цього реалізовано два підходи. У першому з них розв'язки знаходяться як критичні точки деякого функціоналу. Існування нетривіальних критичних точок встановлено за допомогою теореми про гірський перевал і методу періодичних апроксимацій. Другий підхід діє у випадку осциляторів із степеневією потенціальною функцією. Тут використовується метод умовної мінімізації з подальшим виключенням множника Лагранжа.

У четвертому розділі «**Біжучі хвилі в системах нелінійних осциляторів на двовимірній ґратці**» розглядаються просторово однорідні системи осциляторів на двовимірній ґратці з лінійним та нелінійним зв'язком, відшукуються розв'язки у вигляді біжучих хвиль. Знаходження профілю такої хвилі зводиться до досить нестандартного диференціального рівняння на всій осі з відхиленням аргументу як назад, так і вперед. Це рівняння має варіаційну структуру і його розв'язки знаходяться як критичні точки деякого функціоналу. Тут також застосовується теорема про гірський

перевал в комбінації з періодичними апроксимаціями для встановлення існування відповідно надзвукових періодичних і відокремлених біжучих хвиль. Доведено також, що профіль відокремленої хвилі експоненціально спадає на нескінченності. Також за допомогою теореми про зачеплення встановлено існування дозвукових періодичних хвиль.

У п'ятому розділі «**Біжучі хвилі в дискретних рівняннях типу синус-Гордона на двовимірній ґратці**» досліджено питання існування біжучих хвиль в дискретних рівняннях типу синус-Гордона на двовимірній ґратці. Як і у попередньому розділі, тут за допомогою теореми про гірський перевал і методу періодичних апроксимацій встановлено існування відповідно періодичних і відокремлених біжучих хвиль. Крім того, тут одержано умови існування гетероклінічних хвиль. Для цього використано принцип концентрованої компактності.

У шостому розділі «**Біжучі хвилі в системах типу Фермі-Пасти-Улама на двовимірній ґратці**» за допомогою варіаційної техніки встановлено існування біжучих хвиль в дискретних системах типу Фермі-Пасти-Улама на двовимірній ґратці. Зокрема, встановлено існування монотонних і не обов'язково монотонних біжучих хвиль.

І нарешті, в сьомому розділі «**Стоячі хвилі в дискретних нелінійних рівняннях типу Шредінгера на двовимірній ґратці**» вивчаються дискретні нелінійні рівняння типу Шредінгера на двовимірній ґратці та відшукуються розв'язки у вигляді стоячих хвиль. Розглядаються такі рівняння з кубічною та насичуваною нелінійністю. Для встановлення існування стоячих хвиль, крім теореми про гірський перевал, теореми про зачеплення і періодичних апроксимацій, використано також метод многовидів Нехарі.

Одержані результати є вагомим внеском в теорію звичайних диференціальних рівнянь і динамічних систем.

Основні результати роботи опубліковано в 20 статтях у фахових журналах і збірниках наукових праць, а також неодноразово доповідались на

наукових конференціях і семінарах. Серед публікацій 8 статей у провідних вітчизняних і закордонних математичних журналах, включених в наукометричну базу Scopus. Результати дисертації є новими. Достовірність основних результатів дисертації забезпечується точністю формулювань, строгістю доведень. Висновки, наведені в дисертації, правильно відображають одержані результати.

Автореферат повністю відображає зміст дисертації.

Робота носить теоретичний характер, але її результати можуть бути використаними при розв'язуванні деяких прикладних задач.

Разом із тим зробимо декілька зауважень та побажань:

1. Виклад матеріалу дисертації нерівномірний в тому сенсі, що обґрунтування одних теорем є досить детальним, а інших – досить схематичним (див., наприклад, теорему 2.6);
2. У новизні вказано, що «знайдено умови існування стоячих хвиль в дискретних нелінійних рівняннях типу Шредінгера з різного типу нелінійностями на двовимірній ґратці. Для подібних рівнянь відомі лише результати, які стосуються таких хвиль, досліджених з фізичної точки зору». Проте з основного тексту дисертації і, зокрема, розділу 7, в якому одержані відповідні результати, не зрозуміло, у чому полягають відомі результати у фізичних дослідженнях.
3. У розділах 3–6 вивчаються біжучі хвилі в системах осциляторів, рівняннях типу синус-Гордона, системах типу Фермі-Пасти-Улама, а в розділі 7 – стоячі хвилі в дискретних нелінійних рівняннях типу Шредінгера. Бажано роз'яснити ситуацію щодо існування стоячих хвиль в системах, які вивчаються у розділах 3–6, і біжучих хвиль – у розділі 7.
4. У розділах 2–7 встановлено існування несталих розв'язків різних типів. Варто було б пояснити, чому важливими є несталі розв'язки.

5. В роботі присутні також огріхи стилістичного характеру, зустрічаються описки, мовні неточності, русизми (наприклад: «має місце», «наступна теорема», «наступна лема» тощо).

Проте ці недоліки не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Вважаю, що дисертаційна робота С. М. Бака «Дискретні нескінченновимірні гамільтонові системи на двовимірній ґратці» виконана на високому науковому рівні і відповідає вимогам пп. 9, 10, 12-14 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів № 567 від 24.07.2013 р. зі змінами і доповненнями, внесеними згідно з постановами КМ України № 656 від 19.08.2015 р., № 1159 від 30.12.2015 р., № 567 від 27.07.2016 р., № 943 від 20.11.2019 р. і Наказом МОН України № 40 від 12.01.2017 р., щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня доктора наук, а її автор – Бак Сергій Миколайович – заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння (111 – математика).

Офіційний опонент –

проректор з наукової роботи, професор
кафедри математики Кам'янець-Подільського
національного університету імені Івана Огієнка,
доктор фізико-математичних наук, професор,
заслужений діяч науки і техніки України


І. М. Конет

