

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Власова Віталія Андрійовича

“Коефіцієнтні обернені задачі для двовимірних

параболічних рівнянь з виродженням”,

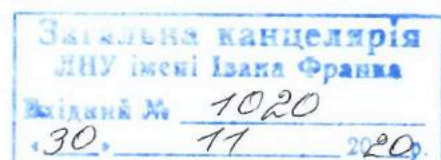
подану на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння

Формулювання математичних моделей багатьох технічних, економічних, геофізичних процесів і методи їх дослідження є одним з пріоритетних напрямів сучасної науки. Окрім відомих класичних моделей процесів теплопровідності та дифузії сьогодні виникає потреба у створенні нових моделей процесів теплообміну у ядерній енергетиці та ракетобудуванні, теплофізичних процесів у ґрунтах тощо. Крім того, в процесі такого моделювання часто враховуються додаткові вимірювання та результати проведених експериментів, а це, у свою чергу, зводиться до дослідження так званих обернених задач для параболічних рівнянь, зокрема, вироджених. У задачах теплопровідності, зокрема, обернені задачі полягають у визначенні коефіцієнтів теплопровідності, температуропровідності, невідомих джерел, використовуючи при цьому додаткові крайові умови – умови перевизначення. Зауважимо, що до відомих класичних крайових умов залучаються нові неklasичні крайові умови – нелокальні крайові умови, зокрема, інтегральні умови.

Коефіцієнтним оберненим задачам присвячено чимало досліджень, серед яких, зокрема, праці Б.Ф. Джонса (B.F. Jones), Дж.Р. Кеннона (J.R. Cannon), В. Рандела (W. Rundell), О.І. Прилепка, І.Г. Малишева, В. Ісакова, Д. Лесніка (D. Lesnic), А. Лоренці (A. Lorenzi), М. Чоуллі (M. Choulli). Важливі результати з теорії обернених задач отримано також професором М.І. Іванчовим та його учнями (Н.В. Пабіривська, І.Б. Симовоник, Н.В. Салдіна, Н.М. Гузик, Р.В. Сагайдак, Г.А. Снітко,





І.Є. Баранська), які вивчали коефіцієнтні обернені задачі для параболічних рівнянь з однією та кількома просторовими змінними, з виродженням та без виродження, у фіксованих областях, а також в областях з вільними межами.

При дослідженні обернених задач часто використовується явний вигляд розв'язку прямої задачі, поданий через відповідну функцію Гріна, що дає можливість звести задачу до еквівалентного операторного рівняння. Застосовуючи теорему про нерухому точку, доводять розв'язність задачі. Дослідження обернених задач для вироджених параболічних рівнянь з кількома просторовими змінними вимагає нових способів оцінки потенціалів, побудованих на основі функції Гріна, і є технічно доволі складним. Такі задачі на сьогодні вивчено недостатньо, а тому дослідження, проведені в цій дисертаційній роботі, є цікавими та актуальними.

У дисертаційній роботі В.А. Власова вивчено обернені задачі для вироджених двовимірних параболічних рівнянь, в яких невідомими є залежні лише від часу старші коефіцієнти або старший коефіцієнт рівнянь (коефіцієнт теплопровідності). Методика доведення теорем існування та єдиності розв'язків обернених задач, поданих у дисертації, є розвитком методів, що застосовуються в одновимірному випадку для параболічних рівнянь з виродженням.

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків і списку використаних джерел, який налічує 124 найменування.

У *вступі* обґрунтовано актуальність теми дослідження, сформульовано мету, завдання, об'єкт, предмет та методи дослідження, відзначено наукову новизну, практичне значення отриманих результатів, зв'язок роботи з науковими темами, внесок автора дисертації, а також подано дані про апробацію та опублікування основних результатів дисертації.

У *першому розділі* достатньо повно відображено історію проблеми, сучасний її стан (підрозділ 1.1). Зокрема, акцентовано увагу на дослідженнях прямих задач для параболічних рівнянь та рівнянь з виродженням, обернених задач для параболічних рівнянь (одно- та багатовимірні випадки), та задач у



областях з вільною межею. Внесок автора дисертації у проблематику обернених задач вказано у підрозділі 1.2.

У *другому розділі* дисертації досліджено розв'язність оберненої задачі для двовимірного параболічного рівняння зі слабким виродженням. У підрозділі 2.1 встановлено умови існування та єдиності глобального розв'язку оберненої задачі для такого рівняння з початковою умовою, крайовими умовами Діріхле і локальною умовою перевизначення типу теплового потоку. Підрозділ 2.2 присвячено відповідній оберненій задачі з крайовими умовами типу Діріхле-Неймана для повного параболічного рівняння. Знайдено умови на вхідні дані задачі, які гарантують локальне існування та глобальну єдиність її розв'язку.

*Третій розділ* дисертаційної роботи також присвячено розв'язності обернених задач для анізотропних параболічних рівнянь зі слабким виродженням. Проте на відміну від попереднього розділу тут розглянуто рівняння з різним характером виродження коефіцієнтів, що стоять при старших похідних за різними просторовими змінними. Невідомими тут, зокрема, виступають вже два коефіцієнти температуропровідності рівняння. У підрозділі 3.1 показано локальну розв'язність оберненої задачі для анізотропного параболічного рівняння з молодшими коефіцієнтами, крайовими умовами Діріхле та локальною умовою перевизначення. При накладанні значно жорсткіших умов на вхідні дані, у підрозділі 3.2 доведено теореми існування та єдиності глобального розв'язку цієї ж задачі.

У *четвертому розділі* дисертації досліджено обернені задачі для двовимірних параболічних рівнянь зі сильним виродженням. У підрозділі 4.1 доведено існування і єдиність глобального розв'язку оберненої задачі для ізотропного параболічного рівняння з крайовими умовами Діріхле-Неймана та диференціальною умовою перевизначення. У підрозділі 4.2 розглянуто анізотропні параболічні рівняння. При досить жорстких обмеженнях на вхідні дані знайдено умови локального існування і глобальної єдиності розв'язку оберненої задачі з крайовими умовами Діріхле-Неймана та інтегральними умовами перевизначення для цих рівнянь.



Усі результати дисертації є новими, достатньо повно опублікованими в 5 статтях у фахових наукових журналах, серед яких одна стаття опублікована в журналі, що входить до міжнародної науково-метричної бази Scopus. Результати досліджень додатково висвітлено в одній статті у науковому журналі та 8 тезах наукових конференцій. Результати пройшли достатню апробацію на наукових конференціях та семінарах.

Автореферат повно і правильно відображає основні результати дисертаційної роботи.

Дисертаційні дослідження мають теоретичний характер і є внеском в теорію коефіцієнтних обернених задач для параболічних рівнянь. Ці результати можуть бути використані при подальших дослідженнях обернених задач з виродженням та практичному розв'язанні таких задач.

Отримані результати нові. Основні положення дисертації оформлено у вигляді теорем зі строгими математичним доведенням.

До змісту дисертаційної роботи та її оформлення є зауваження:

- 1) Оскільки умови розв'язності розглядуваних задач є громіздкими, то варто було навести хоча б один приклад оберненої задачі, для якої ці умови виконуються;
- 2) Дрібні описки: при формулюванні предмету досліджень (с. 18) пропущено слово "розв'язків"; двічі пронумеровано кожен розділ; на с. 27 у записі області  $\Omega$  замість  $t$  має бути  $y$ ; буквою  $N$  позначено різні класи функцій (на с. 74, 93, 126); на с. 111 в інтегральних умовах зайвим є умова  $t \in (0, T]$ ; у списку використаних джерел посилання на журнальні статті оформлено не однотипно (див., наприклад, джерела [26] і [27], [119] та [120]); у блоку англійської літератури зустрічається україномовне джерело [108];
- 3) Граматичні неточності: вживається вислів "диференціюємо по  $x$ " (с. 77, 107), справедлива нерівність (с. 43); має місце (с. 47, 123); вдалося довести, вдалося отримати (с. 65); в якості умов (с. 65).

Проте вказані зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку цієї дисертаційної роботи.

Підсумовуючи сказане, вважаю, що дисертація “Коефіцієнтні обернені задачі для двовимірних параболічних рівнянь з виродженням” виконана на високому науковому рівні і є завершеною науковою працею. Дисертаційна робота відповідає вимогам “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 р. зі змінами, внесеними згідно з Постановою Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня 2015 р. і наказу № 40 МОН України від 12 січня 2017 р. щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня кандидата наук, а її автор – Власов Віталій Андрійович – заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Офіційний опонент,  
завідувач кафедри вищої математики  
Національного університету “Львівська політехніка”,  
доктор фізико-математичних наук,  
професор



З.М. Нитребич

Підпис професора З.М. Нитребича  
підтверджую:

Вчений секретар  
Національного університету  
“Львівська політехніка”




Р.Б. Брилинський

30 листопада 2020 р.