

## **ВИСНОВОК**

**про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації «Апроксимаційні та асимптотичні властивості функцій з просторів Гарді в деяких областях» здобувачки ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика»  
Войтович Христини Олегівни**

### **1. Актуальність теми дисертації**

Теорія просторів Гарді (Харді) поєднує в собі основоположні факти і методи теорії функцій дійсної змінної та комплексного аналізу. Вона знайшла своє застосування як при дослідженні задач математичного аналізу, так і в квантовій фізиці, економічній теорії, теорії сигналів.

Методи, розроблені основоположниками цієї теорії В. Смірновим, Н. Гарді, Н. Вінером, Р. Пелі, Ф. Ріссом, А. Бьорлінгом, П. Лаксом та іншими математиками, показали свою ефективність для дослідження об'єктів набагато загальнішої природи

Зацікавлення цією тематикою українських математиків було зумовлено, зокрема, дослідженнями з теорії рядів Діріхле, якими успішно займалися В. К. Дзядик, Є. К. Крутигорова, М. М. Шеремета, Б. В. Винницький, О. Б. Скасків, П. В. Філевич, їх учні та співробітники.

Простори типу Гарді (зокрема, простір Пелі-Вінера цілих функцій) активно вивчаються як з точки зору можливих узагальнень, так і для практичних застосувань. Такого роду дослідження є описані в працях М. Розенблюма та Дж. Ровняка, Дж. Бенедетто та Х. Хейніга, П. Руні, Дж. Гарсії - Куерви, С. Кіслякова, М. Птака та В. Млоцека, А. Бома, Г.Буї, П. Браянта, Ж. Антуана, Р. Бішопа та С. Вікрасекари, Г. Бохе та У. Моніх та інших.

Дослідження у дисертації Христини Олегівни Войтович є розвитком ідей, що вивчалися Б. В. Винницьким та його учнями, зокрема В. М. Дільним. При дослідженні задач відновлення функцій із певних класів типу Гарді за їх значеннями на межі виявилось, що ефективним методом є розщеплення функцій на суму двох функцій із заданими обмеженнями.

Ряд способів таких розщеплень у просторах Пелі-Вінера цілих функцій запропоновано у працях Б. В. Винницького, В. Л. Шарана, І. Б. Шепарович, В. М. Дільного та Т. І. Гіщак. Проте потреби дослідження рівнянь типу згортки зумовили пошук нових способів розщеплень та поглиблений аналіз існуючих.

Реалії сучасної математики зумовлюють активний пошук нових точок дотику математичних теорій. Одним з найплідніших об'єктів для таких точок

є перетворення Гільберта, що активно застосовується у найрізноманітніших розділах фізики та інших природничих наук. Водночас це перетворення успішно можна розглядати як об'єкт комплексного аналізу, практичним застосуванням якого займалися М. Арнісон, К. Когсвел, Н. Сміт, П. Фекет, Р. Дафін, Дж. Девіс, Д. Макнамара, Д. Коттрел, С. Хан, Дж. Гінойоса, К. Майкус, Дж. Карл, В. Мадич та інші.

Іншою точкою дотику комплексного аналізу з практичними застосуваннями є теорія сигналів, де одним з фундаментальних тверджень є теорема Уїттакера-Котельнікова-Шеннона-Найквіста. Іншим вагомим результатом у цьому напрямку є теорія фільтрів Вінера, якою активно займаються Дж. Маркінеса, Р. Геусденса, Р. Хендікса, Е. Сейдича, І. Джуровича, Л. Станковича, Дж. Проакіса, М. Гаеса, Р. Гонгалеса, Р. Вудса та інших.

Актуальність описаних проблем, їхнє теоретичне та практичне значення зумовили вибір теми дослідження, його мету та завдання.

**Метою** дисертаційної роботи є дослідження асимптотичних та апроксимаційних властивостей функцій з просторів Гарді та їх застосування в теорії інформації та функціональному аналізі.

Для досягнення цієї мети в роботі поставлені та вирішені такі **завдання**:

1) отримати критерій розв'язку проблеми розщеплення функцій у просторі  $W_\sigma^1$ ;

2) розв'язати проблему розщеплення функцій у куті для простору Пелі-Вінера за умови певної регулярності коефіцієнтів;

3) встановити умови існування розв'язку проблеми розщеплення для функцій як завгодно малого експоненційного типу у півплощині;

4) встановити критерій обмеженості перетворення Гільберта в просторі  $W_\sigma^1$  в термінах розщеплення;

5) розв'язати задачу ідентифікації нетривіальності фільтру у просторі Гарді в півсмузі.

**Об'єктом** дослідження є класичні простори Гарді, вагові простори Гарді та простори Пелі - Вінера.

**Предметом** дослідження є властивості функцій із просторів аналітичних функцій.

**Методи** дослідження. Для розв'язання поставлених задач використовуються методи математичного і комплексного аналізу, а також деякі прийоми з праць А. М. Седлецкого, В. Я. Левіна, Б. В. Винницького, В. Л. Шарана, В. М. Дільного, Т. І. Гішак.

## **2. Зв'язок теми дисертації з державними програмами, науковими напрямами університету та кафедри**

Дисертаційну роботу виконано на кафедрі математики навчально-наукового інституту фізики, математики, економіки та інноваційних

технологій Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка. Робота виконана відповідно до наукової тематики "Асимптотичні та аналітичні властивості голоморфних функцій і їх застосування" (2016–2020 роки виконання) та передбачена планами наукової роботи кафедри.

### **3. Особистий внесок здобувача в отриманні наукових результатів**

Дисертаційна робота є самостійно виконаним науковим дослідженням. У ньому знайдено зручний для використання критерій розщеплення у просторі Пелі-Вінера; встановлено можливість розщеплення у куті за деякої умови на регулярність коефіцієнтів; запропоновано новий метод розщеплення і на його основі отримано розщеплення для функцій як завгодно малого експоненційного типу у півплощині; встановлено критерій обмеженості перетворення Гільберта у просторі Пелі-Вінера та зручний спосіб обчислення перетворення Гільберта; розв'язано задачу ідентифікації фільтра у просторі Гарді в півсмузі.

Результати досліджень, які наведені у дисертаційній роботі, належать автору і є його науковим доробком.

### **4. Достовірність та обґрунтованість отриманих результатів та запропонованих автором вирішень, висновків, рекомендацій**

В дисертації містяться повні і детальні доведення всіх сформульованих наукових результатів. Достовірність результатів також підтверджується прикладами наведеними у роботі. Результати, наведені в дисертації, опубліковано у 4 статтях у фахових наукових виданнях і представлені доповідями на 6 міжнародних математичних конференціях. Матеріали дисертації доповідалися також на науковому семінарі кафедри математики в Дрогобицькому державному педагогічному університеті імені Івана Франка та на семінарі з теорії аналітичних функцій у Львівському національному університеті імені Івана Франка. Все це підтверджує їхню достовірність.

### **5. Ступінь новизни основних результатів дисертації порівняно з відомими дослідженнями аналогічного характеру**

У дисертаційній роботі вперше:

- отримано критерій розв'язку проблеми розщеплення у просторі  $W_\sigma^1$ ;
- розв'язано проблему розщеплення функцій у куті для простору Пелі - Вінера за умови певної регулярності коефіцієнтів;
- встановлено умови існування розв'язку проблеми розщеплення для функцій як завгодно малого експоненційного типу в півплощині;
- встановлено критерій обмеженості перетворення Гільберта в просторі  $W_\sigma^1$  в термінах розщеплення;

- розв'язано задачу ідентифікації нетривіальності фільтру у просторі Гарді в півсмузі.

## **6. Перелік наукових праць, які відображають основні результати дисертації**

Основні положення дисертації опубліковано в 10 наукових працях, серед яких дві статті у наукових фахових виданнях України, з них одна стаття у виданні, що входить до міжнародної наукометричної бази Scopus, та дві статті у періодичних наукових виданнях інших держав, зокрема, одна з них у виданні, що індексується у наукометричній базі Scopus (квартиль Q2).

### **Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:**

*Публікація у зарубіжному спеціалізованому виданні, що входить до міжнародної наукометричної бази*

1. Dilnyi V., Huk K. Identification of Unknown Filter in a Half-Strip. Acta Applicandae Mathematicae. 2020. Vol.165. P.199–205. (Scopus) (Особистий внесок здобувача: підбір методів доведення, доведення всіх тверджень.)

*Публікація у науковому виданні інших держав, які входять до Організації економічного співробітництва та розвитку та/або Європейського Союзу*

2. Dilnyi V., Huk Kh. On decomposition problem in weighted Hardy space. Banach Centre Publications. 2019. Vol.119. P.151-155.(Польща) (Особистий внесок здобувача: підбір методів доведення, доведення всіх тверджень.)

*Публікація у науковому виданні України, що входить до міжнародної наукометричної бази*

3. Dilnyi V., Voitovych Kh. Hilbert transform on  $W_{\sigma}^p$ . Matematychni Studii. 2019. Vol. 52(1). P. 32-37. (Scopus) (Особистий внесок здобувача: підбір методів доведення, доведення всіх тверджень, побудова прикладів.)

*Публікація у науковому фаховому виданні України*

4. Дільний В. М., Гук Х. О. Критерій розщеплення в просторі Пелі - Вінера. Буковинський математичний журнал. 2017. Т.5(1-2).С.87-91. (Особистий внесок здобувача: підбір методів доведення, участь у формулюванні основних тверджень.)

## **7. Апробація основних результатів дослідження на конференціях, симпозіумах, семінарах тощо**

1. Dilnyi V., Huk Kh.: The criterion of solution of decomposition problem in the Paley - Wiener space. In: Book of Abstracts of International scientific



conference "Algebraic and geometric methods of analysis", Odessa, Ukraine, 31 May - 5 June 2017.

2. Huk Kh.: On decomposition in the Paley - Wiener space. International conference in functional analysis dedicated to the 125th anniversary of Stefan Banach: Abstracts.- Lviv, Ukraine, 18-23 September 2017.

3. Dilnyi V., Huk Kh.: Detecting of signals in half-strips. International scientific and methodical conference : Modern scientific and methodical issues of mathematics in higher school: Abstracts.- Kyiv, Ukraine, 21 -22 June 2018.

4. Huk Kh.: Hilbert transform on  $W_{\sigma}^p$ . International conference "Banach spaces and their applications" dedicated to the 70th anniversary of Anatolij Plichko: Abstracts.- Lviv, Ukraine, 26-29 June 2019.

5. Voitovych Kh.: On problem of decomposition by functions of small exponential type. International conference "Infinite dimensional analysis and topology" dedicated to the 70th anniversary of Professor Oleh Lopushansky: Abstracts.- Ivano-Frankivsk, Ukraine, 16-20 October 2019.

6. Zhuk O., Voitovych Kh., Gal Yu.: On decomposition of even function. In: Book of Abstracts of International scientific conference "Algebraic and geometric methods of analysis", Odessa, Ukraine, 26-30 May 2020.

## **8. Наукове значення та практична цінність виконаного дослідження**

Робота має теоретичний характер. Отримані результати розширюють уявлення про властивості просторів аналітичних функцій та можуть бути використані в подальших дослідженнях з теорії функціональних просторів, математичному аналізі загалом та інших розділах математики і теорії сигналів. Отримані результати також можуть бути застосовані в навчальному процесі для підготовки фахівців з математики, зокрема при розробці та викладанні спеціальних курсів з математичного аналізу та теорії сигналів у закладах вищої освіти.

## **9. Оцінка структури дисертації, її мови та стилю викладення**

Дисертація за структурою, мовою та стилем викладення відповідає вимогам МОН України.

Дисертацію заслухано та обговорено на фаховому семінарі кафедри теорії функцій та функціонального аналізу механіко-математичного факультету Львівського національного університету імені Івана Франка (протокол № 2 від 15 грудня 2020 року). У ході обговорення дисертації суттєвих зауважень, які стосуються суті роботи, не було висунуто.

На основі вищесказаного можна зробити такі висновки щодо поданої дисертаційної роботи:

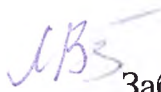
1. За актуальністю обраної теми, обсягом, достовірністю та рівнем апробації отриманих результатів, науковою новизною, обґрунтованістю висновків, практичною цінністю дисертаційна робота «Апроксимаційні та асимптотичні властивості функцій з просторів Гарді в деяких областях» відповідає вимогам наказу МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» та п. 10 «Порядку проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії» (Постанова Кабінету Міністрів України від 06 березня 2019 р. № 167).


2. Дисертація відповідає спеціальності 111 Математика галузі знань 11 «Математика та статистика».

3. Наукові праці Войтович Х.О., опубліковані за результатами дисертаційної роботи, за кількістю та якістю відповідають п. 11 «Порядку проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 06 березня 2019 р. № 167.

4. Дисертація «Апроксимаційні та асимптотичні властивості функцій з просторів Гарді в деяких областях» Войтович Христини Олегівни рекомендується для подання до розгляду та захисту у спеціалізованій вченій раді.

Рецензенти:

доктор фізико-математичних наук, професор,  
професор кафедри математичної економіки,  
економетрії, фінансової та страхової математики  Заболоцький М. В.


кандидат фізико-математичних наук,  
доцент кафедри математичної економіки,  
економетрії, фінансової та страхової математики  Куриляк А.О.

17.12.2020  
(дата)

*Підписи проф. Заболоцького М. В. та доц. Куриляка А. О. засвідчую.*

Вчений секретар  
Львівського національного  
університету імені Івана Франка, доц.



 Грабовецька О.С.