ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію **Бакси Віти Петрівни** *"Властивості аналітичних вектор-функцій обмеженого L-індексу в двовимірній кулі"*, подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії з математики за спеціальністю 111–"Математика" галузі знань 11–"Математика та статистика".

Теорія функцій обмеженого l-індексу, започаткована М.М. Шереметою та А.Д. Кузиком у 1986 році, показала свою ефективність у дослідженні аналітичних функцій однієї і багатьох змінних. Дослідженнями цього напрямку у різних областях активно займалися М.М. Шеремета, О.Б. Скасків, М.Т. Бордуляк, А.І. Бандура, Н. В. Петречко та інші математики.

Перший зі способів перенесення поняття функції обмеженого l-індексу на випадок функцій багатьох змінних запропонований у 1993 році М. Т. Бордуляк та М. М. Шереметою. При наступних дослідженнях виявилося, що для різних областей в $\mathbb{C}^n$ корисно мати "індивідуальні"варіанти теорії.

У працях О. Б. Скасківа, А. І. Бандури та їх співробітників розвинено теорію цілих функцій обмеженого L-індексу за напрямом, за сукупністю змінних у кулі та деяких інших багатовимірних областях. Зокрема, було встановлено критерії обмеженості **L**-індексу у різних формах, оцінку максимуму модуля функції, аналоги теореми Хеймана, властивості степеневого розвинення. Окремо слід відзначити застосування до вивчення систем лінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними вищих порядків. Також можна очікувати застосувань у статистичній механіці, теорії графів, комбінаториці.

Методика отримання результатів істотно відрізняється для різних багатовимірних областей. Властивості функцій обмеженого **L**-індексу у багатовимірній кулі залишалися переважно недослідженими.

З огляду на це обрану тему дисертації та проведені в ній дослідження вважаю **актуальними**.

Робота складається з трьох розділів, пов'язаних між собою тематикою та методами.

У першому розділі міститься огляд літератури та основних результатів дисертації. Він містить всю необхідну для сприймання наступних розділів інформацію. Цей розділ є порівняно невеликим, але інформація в ньому викладено логічно послідовно і чітко. Це дозволяє прослідкувати як історію розвитку теорії обмеженого **L**-індексу, якій присвячена дисертація, так і проблеми, що є актуальними для її подальшого розвитку.

Другий розділ є основним в дисертації. Він присвячений дослідженню аналітичних вектор-функцій обмеженого **L**-індексу в одиничній двовимірній кулі. Насамперед варто зазначити, що дослідник при вивченні вказаного наукового напрямку стикається з нетривіальним завданням вибору системи позначень, яка не є усталеною на поточний момент. Вважаю, дисертантка добре впора-

Загальна канцелярія
ЛНУ імені Івана Франка
Вхідний № 358
01. 04 2021 р.

лася з цим моментом: її система позначень логічна, інтуїтивно зрозуміла і не громіздка, наскільки це можливо у розглядуваному колі питань.

Першим результатом розділу є критерій обмеженості **L**-індексу в двовимірній кулі в термінах локального поводження похідних, пізніше доводиться теорема про обмеженість **L**-індексу за сукупністю змінних. Цікавою є теорема 2.4 про порівняння індексів. Вважаю, що вона має хороші перспективи для подальших застосувань. Головний результат розділу, аналог теореми Хеймана, міститься в четвертому підрозділі. Доведення цієї теореми проведено дуже ретельно. Теорема 2.13 ілюструє зв'язок понять обмеженості **L**-індексу за напрямом і за сукупністю змінних. Завершується розділ серією теорем про оцінки зростання аналітичних в кулі функцій. Вони, зокрема, дозволяють порівнювати досліджувані у дисертації класи функцій з іншими класами аналітичних функцій.

В останньому розділі розглядається аналог теореми Фріке про локально регулярну поведінку норм частинних похідних вектор-функцій. Особливу зацікавленість викликає висновок про еквівалентність норм.

Висновки до розділів чітко написані, вказують місце отриманих результатів у системі досліджень функцій обмеженого **L**-індексу та можливі напрямки застосувань і подальшого розвитку теорії. Так, що особливо цінно, зазначені і відкриті задачі, що є дотичними до розглянутих в дисертації.

Дисертація здобувачки присвячена випадку двовимірної кулі. Без сумніву, при переході від одновимірного випадку до багатовимірного найважче отримати двовимірний аналог. Дисертантка з цим завданням впоралася, її результати дозволяють досить впевнено будувати гіпотези на випадок $n-$вимірної кулі та областей загального характеру.

Всі основні результати дисертації є **новими** і належно **обгрунтованими**, а їх доведення у багатьох моментах містять досить тонкі викладки.

Робота оформлена акуратно, добре оформлена стилістично. Позитивним моментом є використання кольору, хоч тільки в розділі 1.

Проте у ній містяться деякі недоліки та описки технічного характеру:

1) в 44_1 має бути $j \in \{1,2\}$ замість $l \in \{1,2\}$;

2) в формулюванні теореми 2.1 на с. 45 має бути $p_0 > 0$ замість $p > 0$, теж вказано, яким є β;

3) в обгрунтуванні наслідку 2.1 на с. 54 нема потреби посилатися на можливість передоведення теореми 2.1 для евклідової норми, оскільки це безпосередньо випливає з нерівності, вказаної у дисертації;

4) на с. 64 слід вказати, що $|R| < \beta$, бо інакше незрозуміло, чому бікруг належить $\mathbb{B}^2$;

5) вартувало б дати пояснення нерівності 76^{11};

6) на с. 139 визначається $N(F,\mathbf{L}) := N(F,\mathbf{L},\mathbb{C}^p,\mathbb{C}^p)$, хоч насправді розглядається загальніший випадок $N(F,\mathbf{L}) := N(F,\mathbf{L},\mathbb{C}^n,\mathbb{C}^p)$;

7) є деякі огріхи викладу матеріалу: на 64_5 в одному рядку згадуються У. Хейман та В. Хейман; теж на с. 64 доводиться твердження, що не є чітко сформульованим, а характеризується дисертанткою як "бажаний факт"; вживаються терміни і "диференційне рівняння" у більшості випадків, і "диференціальне рівняння" на с. 19, с. 111;

8) описки та мовні огріхи на 5^5, 55^9, 64_10, 76_1, 83_{2-3}, 108^4, 108_1 124_1, 111_3, 134_3, 130^6.

Ці зауваження жодним чином не впливають на загальну позитивну оцінку роботи.

Зміст анотації ідентичний до основних положень дисертації, водночас в анотації винятково чітко викладено математичну суть результатів, що істотно допомагає зрозуміти викладені в основній частині твердження. Результати з належною повнотою викладені в опублікованих працях. Список використаних джерел оформлений належним чином.

Висновки здобувачки щодо значущості її праці для науки є чіткими і повними.

Випадків порушення академічної доброчесності, зокрема плагіату, у дисертації не виявлено.

Дисертація є **завершеною** науковою роботою. У ній розв'язано ряд актуальних задач теорії аналітичних функцій, подано нові підходи та вдосконалено існуючі методи розв'язання таких задач, розглянуто застосування отриманих результатів, що в сукупності є суттєвим для розвитку комплексного аналізу та його застосувань у теорії диференційних рівнянь.

Отже, вважаю, що дисертаційна робота відповідає всім вимогам законодавства України щодо дисертацій доктора філософії за спеціальністю 111– "Математика" галузі знань "Математика та статистика", а її автор **Бакса Віта Петрівна** заслуговує присудження їй наукового ступеня доктора філософії з математики.

завідувач кафедри математики
Дрогобицького державного педагогічного
університету імені Івана Франка,
доктор фізико-математичних
наук, професор В. М. Дільний

підпис докт. фіз.-мат. наук
Дільного В.М. засвідчую
Вчений секретар Вченої ради, доцент І. М. Патен