

## ВІДГУК

опонента, професора кафедри обчислювальної математики та програмування Національного університету «Львівська політехніка», доктора фізико-математичних наук Філевича Петра Васильовича на дисертаційну роботу Войтович Христини Олегівни «Апроксимаційні та асимптотичні властивості функцій з просторів Гарді в деяких областях», подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії з галузі знань 11 – Математика та статистика за спеціальністю 111 – Математика

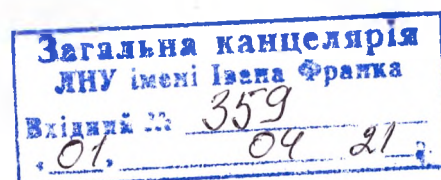
Дисертаційне дослідження присвячене питанням асимптотичних та апроксимаційних наближень у просторах аналітичних функцій. Основним об'єктом дослідження є класичні простори Гарді, вагові простори Гарді та простори Пелі-Вінера.

Основи класичної теорії просторів Гарді аналітичних функцій були закладені в роботах Ф.Ріссі і М.Рісса, Дж. Літлвуда, Г. Гарді, Н.Вінера і Р.Пелі. Інтерес до вивчення цієї тематики значно підсилювався після робіт А.Бьорлінга і П.Лакса, що стосувалися питань апроксимації функцій з просторів Гарді.

Простори Гарді є важливими математичними об'єктами, які широко використовуються у теорії функцій, функціональному аналізі, теорії диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей. Вони знаходять своє застосування і в інших галузях науки, наприклад, в теорії інформації, квантовій фізиці, геодинаміці.

Важливе місце у теорії аналітичних функцій займають дослідження вагових узагальнених просторів Гарді. Ваговий простір Гарді  $H_{\sigma}^p(C_+)$  досліджував у своїх працях Б.В.Винницький. Цей простір є не лише узагальненням простору Гарді у півплощині, а й аналогом простору Пелі-Вінера  $W_{\sigma}^p$  для півплощини.

Зображення математичних об'єктів у вигляді суми об'єктів з простішими властивостями є одним з основних способів дослідження у математиці. Р.С.Юлмухаметов, Л.Еренпрайс, Ю.І.Любарський, Б.В.Винницький, І.Е.Чижиков, В.М.Дільний займалися задачами про зображення просторів аналітичних функцій у вигляді добутку чи суми двох об'єктів простішої природи. Однією з них є задача про розщеплення функцій з простору Пелі-Вінера  $W_{\sigma}^p$  на суму двох, кожна з яких "велика" тільки в певній області.



Тісний зв'язок з комплексним аналізом має перетворення Гільберта. Загальновідомою є теоретична роль цього поняття у математиці загалом. Перетворення Гільберта має також широке практичне застосування. Практичними застосуваннями перетворення Гільберта займалися М. Арнісон, К.Когсвел, Н.Сміт, П.Фекет, Р.Дафін, Дж.Девіс, Д.Макнамара, Д.Коттрел, С.Хан, Дж.Гінойоса, К.Майкус, Дж.Карл, В.Мадич та інші. Зокрема, дослідження перетворення Гільберта є одним із найважливіших в теорії обробки сигналів.

Не менш важливе місце у цій теорії займає теорія фільтрів Вінера. Коло ідей щодо застосувань теорії фільтрів Вінера описано в працях Дж.Маркінеса, Р.Геусденса, Р.Хендікса, Е.Сейдича, І.Джуровича, Л.Станковича, Дж.Проакіса, М.Гаєса, Р.Гонгалеса, Р.Вудса та інших.

Задачі, які розглядаються у дисертаційному дослідженні Х.О.Войтович, мають безпосередній зв'язок з описаними вище дослідженнями, тому сумнівів в актуальності обраної тематики не повинно виникати.

Дисертаційна робота містить усі необхідні структурні елементи. Вона складається зі вступу, 4 розділів, висновків до кожного з розділів і загальних висновків, списку використаних джерел.

У першому розділі дисертації міститься огляд літератури за темою дисертації і описані важливі відомості з історії розвитку досліджень класичних просторів Гарді, вагових просторів Гарді, просторів Пелі-Вінера, теорії сигнальних процесів, теорії фільтрів Вінера та перетворення Гільберта. Також описані основні результати дисертації.

Другий розділ дисертаційного дослідження присвячено дослідженню проблеми розщеплення функцій у просторі Пелі-Вінера. Тут встановлено новий критерій існування розв'язку проблеми розщеплення функції з простору Пелі-Вінера  $W_{\sigma}^1$  на суму двох аналітичних у правій півплощині функцій, перша з яких може бути «великою» лише у четвертій чверті, а друга – лише у першій; отримано достатні умови існування розв'язку проблеми розщеплення функції з простору Пелі-Вінера  $W_{\sigma}^1$  на суму двох цілих функцій, перша з яких може бути «великою» лише у нижній півплощині, а друга – лише у верхній; знайдено розв'язки проблеми розщеплення для функцій як завгодно малого експоненційного типу у лівій півплощині.

Аналог класичної теорії фільтрів Вінера на випадок півсмуги та проблему ідентифікації нетривіальності невідомого фільтру в півсмугі розглянуто у третьому розділі дисертаційного дослідження. Отримано опис тестового сигналу, який розв'язує згадану проблему.

У четвертому розділі знайдено критерій обмеженості перетворення Гільберта у простору Пелі-Вінера  $W_\sigma^1$  в термінах розщеплення та отримано два прості способи обчислення перетворення Гільберта.

Варто відзначити нетривіальність викладок і аналітичну майстерність авторки дисертації при доведенні теорем 2.2 і 3.2.

До дисертації є наступні зауваження, що стосуються формулювання розглянутих у ній проблем:

- 1) Замість “Чи можливе розщеплення кожної функції  $f \in W_\sigma^1$ ” формулювання проблем А, В і С варто було розпочати, наприклад, зі слів “Знайти умови, за яких можливе розщеплення функції  $f \in W_\sigma^1$ ”. Власне, відповідь на запитання проблеми В у тому вигляді, в якому ця проблема сформульована у дисертації, є тривіальною, і міститься у кількох рядках зразу ж за формулюванням самої проблеми.
- 2) На с. 35 одна і та ж проблема сформульована спочатку як проблема 2, а пізніше як проблема 3. Ця ж проблема на с. 5 і 52 сформульована як проблема А.

У роботі наявні деякі описки та недогляди:

- 1) Означення простору  $H^p(C_+)$  на с. 16 наведено двічі.
- 2) На с. 34, рядок 1, замість “тоді” має бути “тоді, коли”.
- 3) На с. 45, рядок 10, замість “У випадку  $p = 2$ ” мало б бути “У випадку  $f \in W_\sigma^2$ ”.
- 4) На с. 46, рядок 1, замість “Назвемо цілою функцією цілу функцію експоненційного типу” повинно бути “Назвемо цілу функцію цілою функцією експоненційного типу”.
- 5) Речення перед формулюванням теореми 4.2 на с. 49 не відповідає контексту.
- 6) У формулюванні проблеми В на с. 71 запис  $f = \chi - \mu$  не узгоджується з рівністю  $\mu = f - \chi$  у формулюванні теореми 2.4 на с. 72.
- 7) У реченні “Ряд збіжний абсолютно та рівномірно, тому почленно проінтегруємо за ознакою Вейерштраса” на с. 73 неправильний порядок слів.
- 8) На с. 81, рядок 3, замість “хочемо показати умови” краще було б “наведемо умови”.
- 9) На с. 94, рядок 9, замість “Знайдемо значення інтегралу” повинно бути “Оцінимо значення інтегралу”, а на с. 95, рядок 3, замість “Залишилось знайти” – “Залишилось оцінити”.
- 10) На с. 99, рядок 4, замість “що” мало б бути “що з виконання рівності”.

Зазначимо, що наведені зауваження не є принципові. Вони жодним чином не впливають на загальну оцінку результатів дисертації.

Наукові положення, висновки та рекомендації, сформульовані в дисертації, є достовірними та всебічно обґрунтованими, що підтверджується використанням широкого спектру сучасних методів досліджень, повнотою джерел використаної інформації, публікаціями у фахових виданнях, а також активною апробаційною діяльністю автора, зокрема, значною кількістю доповідей на наукових конференціях та спеціалізованих наукових семінарах.

Результати дисертації в повному обсязі опубліковані у 4 статтях (серед яких 1 стаття – у фаховому науковому виданні України, 1 стаття – у науковому виданні України, що входить до міжнародної наукометричної бази Scopus, 2 статті – у закордонних виданнях, 1 з яких входить до міжнародної наукометричної бази Scopus і опублікована у виданні квартилю Q2) згідно з чинним законодавством і у 6 тезах доповідей міжнародних наукових конференцій. Результати дисертації з їх детальними доведеннями доповідались на двох спеціалізованих наукових семінарах.

Дисертація виконана на високому науковому рівні. Всі отримані в дисертаційній роботі результати є новими і належать безпосередньо авторці, а результати інших авторів наведені з відповідними посиланнями. Перевірка роботи на плагіат підтвердила унікальність тексту дисертації. Усе сказане свідчить про відсутність порушення вимог академічної доброчесності авторкою дисертаційного дослідження.

Вважаю, що дисертаційна робота Войтович Христини Олегівни «Апроксимаційні та асимптотичні властивості функцій з просторів Гарді в деяких областях» задовольняє всім вимогам, що передбачені наказом Міністерства освіти і науки України від 12.01.2017 р. № 40 «Про затвердження вимог до оформлення дисертацій» та постановою Кабінету Міністрів України від 06.03.2019 р. № 167 «Порядок проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії», а її авторка заслуговує на присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 – Математика та статистика за спеціальністю 111 – Математика.

**Доктор фізико-математичних наук,  
професор кафедри обчислювальної  
математики та програмування  
Національного університету  
«Львівська політехніка»**



**П.В. Філевич**

*Підписав*  
*Взятий експерт*  
*Р.Брилемський*