

ВІДГУК

офіційного опонента, доцента кафедри математичного аналізу факультету математики та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, доктора фізико-математичних наук Карлової Олени Олексіївни на дисертаційну роботу Пестрий Катерини Миколаївни "Топологізація та розширення груп, біциклічних напівгруп та їх варіантів", подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук (доктора філософії) за спеціальністю 01.01.04 – геометрія і топологія

Дисертаційну роботу Пестрий К. М. "Топологізація та розширення груп, біциклічних напівгруп та їх варіантів" присвячено актуальним проблемам сучасної топології, які вивикають при дослідженні топологізацій напівгруп, алгебраїчні властивості яких близькі до біциклічного моноїда, а також структури замикання таких напівгруп і груп у напівтопологічних і топологічних напівгрупах.

Частина цієї роботи присвячена задачі про напівгрупову чи трансляційно неперервну топологізацію і приєднання ідеала чи нуля до варіантів біциклічного моноїда та розширеної біциклічної напівгрупи у випадку локально компактних напівтопологічних напівгруп.

Інша суттєва частина роботи присвячена описанню умов (алгебраїчних чи топологічних) на напівгрупі, за яких напівгрупова (або навіть трансляційно неперервна) топологія на цій напівгрупі є дискретною.

Також досліджується задача описання приєднання нуля до дискретної групи у випадку локально компактних напівтопологічних напівгруп.

Враховуючи вищесказане, тематика дисертаційного дослідження є безперечно важливою і актуальною. Дисертаційна робота складається з анотацій українською й англійською мовами, вступу та п'яти основних розділів, висновків, списку використаних джерел зі 168 посилань, і одного додатка.

У вступі викладена інформація, яка потрібна згідно з вимогами до оформлення дисертацій, тобто, обґрунтування актуальності теми дисертації, формулювання мети і задач дослідження, визначення наукової новизни, інформація щодо апробацій отриманих результатів.

У першому розділі дисертації детально висвітлено історію дослідження задач, пов'язаних з темою дисертаційної роботи. У другому розділі досліджуються трансляційно неперервні топологізації та замикання варіантів біциклічного моноїда. Отримано узагальнення результату К. Ебергарта і Дж. Селдена про напівгрупову топологізацію біциклічної напівгрупи та відповідне твердження М. Бергман і Т. Уеста для напівтопологічних напівгруп. Доведена теорема-дихотомія про те, що кожна локально компактна гаусдорфова трансляційно неперервна топологія на біциклічному моноїді з приєднаним нулем є або компактною, або дискретною. Ще одним вагомим результатом є теорема 2.2.3, яка описує приєднання компактного ідеалу до ненульового варіанта біциклічного моноїда у випадку локально компактною гаусдорфовою напівтопологічної напівгрупи та узагальнює відповідний результат для біциклічної напівгрупи.

У третьому розділі вивчаються розширена біциклічна напівгрупа та її варіанти. Серед результатів слід відзначити теорему 3.1.1, в якій доведено, що група автоморфізмів розширеної біциклічної напівгрупи ізоморфна адитивній групі цілих чисел, теорема 3.1.2 і 3.1.5 де доведено, що розширена біциклічна напівгрупа і кожен її варіант

не є скінченно породженими, а теорема 3.3.3 описує властивості напівтопологічного нульового варіанта розширеної біциклічної напівгрупи.

У четвертому розділі розглядаються локально компактні трансляційно неперервні та напівгрупові топології на розширеній біциклічній напівгрупі з приєднаним нулем. Доведено, що кожна гаусдорфова локально компактна напівгрупова топологія на розширеній біциклічній напівгрупі з приєднаним нулем є дискретною (наслідок 4.1.3), однак на розширеній біциклічній напівгрупі з приєднаним нулем існує континуум різних гаусдорфових локально компактних трансляційно неперервних топологій (теорема 4.1.3). Побудований приклад єдиної мінімальної інверсної трансляційно неперервної та єдиної мінімальної інверсної напівгрупової топології на розширеній біциклічній напівгрупі з приєднаним нулем.

П'ятий розділ присвячений дослідженню топологізації біциклічного розширення лінійно впорядкованих груп. Тут можна виділити два основних теоретичних результати - це теореми 5.2.1 і 5.2.2, в яких узагальнено результати Бертман і Веста та Фігель і Гутіка, що були отримані для біциклічного моноїда та розширеної біциклічної напівгрупи.

Останній розділ присвячений вивченню локально компактних груп з нулем. Доведена теорема 6.1.3: якщо G - дискретна електорально гнучка нескінченна група, то кожна гаусдорфова трансляційно неперервна локально компактна топологія на G^0 є або дискретною, або компактною. Наведені достатні умови, при виконанні яких група є електорально гнучкою та електорально стійкою, також побудовано приклад, який показує, що на кожній нескінченній віртуально циклічній групі з приєднаним нулем G^0 існують недискретні некомпактні локально компактні трансляційно неперервні топології, які індукують на G дискретну топологію.

Дисертація Пстрий К. М. є завершеною працею, в якій одержано нові науково обґрунтовані результати щодо дослідження топологізації напівгруп, алгебраїчні властивості яких близькі до біциклічного моноїда, а також структури замикання таких напівгруп і груп у напівтопологічних і топологічних напівгрупах. Ці результати мають теоретичний характер та можуть знайти застосування у топологічній алгебрі та в інших розділах математики.

Достовірність основних отриманих результатів ґрунтується на повних математичних доведеннях із застосуванням сучасних методів топологічної алгебри та теорії топологічних напівгруп, алгебраїчної теорії напівгруп і загальної топології.

Текст дисертація написаний досить ретельно і добре вичитаний. Трапляються тільки незначні огріхи, перелік яких наводиться нижче.

- 1) Слід було б нагадати означення поняття симетричної різниці двох множин яке вживається на стор. 103.
- 2) Вислів 'наступним чином' замінити на 'так' на стор. 35. Також, вислови 'наступний наслідок', 'наступний приклад' замінити на 'такий наслідок', 'такий приклад', або на наслідок №, приклад № (стор. 40, 107).
- 3) Автор інколи грішить переносами слів: стор. 35 топологічною, стор. 36 компактна, стор. 36 біциклічної, стор. 50 твердження, стор. 95 дискретною, стор. 108 твердження.
- 4) На стор. 43₂ пропущено вислів 'припустимо, що'.

Основні результати досліджень опубліковано в 5 наукових роботах, серед яких 4 статті, що опубліковані у наукових фахових виданнях України, та 1 стаття, яка опублікована у міжнародному фаховому науковому виданні, віднесеному до третього квартиля (Q3) відповідно до класифікації SCImago Journal Rank. Дисертаційна робота пройшла апробацію на міжнародних конференціях достатньо високого рівня, крім того отримані результати доповідалися на семінарах у наукових установах України та за кордоном. Автореферат дисертації повністю відповідає змісту роботи.

Вважаю, що дисертація Катерини Максимівни Пстрий "Топологізація та розширення груп, біциклічних напівгруп та їх варіантів" задовольняє всім вимогам "Порядку присудження наукових ступенів", постанова Кабінету Міністрів України №567 від 24.07.2013 р. (з подальшими змінами, внесеними постановою КМУ №607 від 15.07.2020 р.) щодо кандидатських дисертацій, а її автор Пстрий Катерина Миколаївна заслуговує на присудження їй вченого ступеня кандидата фізико-математичних наук (доктора філософії) за спеціальністю 01.01.04 — геометрія і топологія.

Доктор фізико-математичних наук,
доцент кафедри математичного аналізу
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича



О.О. Карлова

Підпис Карлова О.О. виставлено
Учений секретар Чернівецького національного
університету імені Юрія Федьковича
Синьковська Н.А.
"27" листопада 2021