ВІДГУК

на дисертацію О.Є.Поливоди

"Нескінченновимірні многовиди, модельовані

на ін'єктивних границях абсолютних екстензорів",

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.04 – геометрія і топологія

Топологія нескінченновимірних многовидів є важливим розділом нескінченновимірної топології, який має давню історію. Поняття банахового (гільбертового) многовида виникло як природне поширення на нескінченне число вимірів поняття скінченновимірного многовида, модельованого на евклідових просторах. У локально компактному випадку розглядалося поняття Q-многовида, тобто многовида, модельованого на гільбертовому кубі. Струнка теорія Q-многовидів була створена зусиллями багатьох математиків, зокрема відзначимо результати Андерсона, Веста, Едвардса, Чепмена та ін. З'ясувалося, що за допомогою теорії Q-многовидів можна розв'язати деякі відкриті проблеми, що стосуються скінченновимірних многовидів. Теорія Q-многовидів також незабаром знайшла застосування в інших областях топології. Наприклад, було доведено, що гіперпростір метричного компакта гомеоморфний Q тоді і лише тоді, коли цей компакт є континуумом Пеано (зв'язним і локально зв'язним компактом).

Розглядалися інші модельні простори для нескінченновимірних многовидів. Так, обмежено-слабка топологія на сепарабельному гільбертовому просторі l^2 приводить до простору, що є ін'єктивною границею деякої спеціальної послідовності гільбертових кубів (позначається Q^∞) . Многовидами над цим простором (Q^∞-многовидами), а також спорідненими в деякому сенсі $\mathbf{R}^\infty$-многовидами займалися Гейзі і Торуньчик, Сакаї, Зарічний, Т. Банах та інші математики. Такі многовиди виникають у алгебраїчній топології, топологічній алгебрі, функціональних просторах та ін. Природно сформулювати проблему дослідження многовидів, модельованих на прямих (ін'єктивних) границях просторів, що є абсолютними екстензорами для певних топологічних класів. Обширна література на цю тему і численні застосування таких многовидів свідчать про актуальність задачі їх дослідження, зокрема про актуальність теми дисертації.

Власні результати автора починаються з розділу 3, який присвячений многовидам, модельованим на прямих границях тихоновських кубів $I^{(\alpha)}$, а також їх сильно зліченновимірним аналогам $I^{(\alpha)}{}_\omega$ для зростаючих послідовностей α незліченних ординалів. Розділ містить характеризаційні теореми для просторів $I^{(\alpha)}$ та $I^{(\alpha)}_{\omega}$, а також відповідних многовидів (теореми 3.1.2, 3.2.2, 3.4.2), результати про $I^{(\alpha)}$- та $I^{(\alpha)}_{\omega}$-фактори (твердження 3.1.3 і 3.2.3), конструкцію і характеризаційну теорему для універсального відображення простору $I^{(\alpha)}_{\omega}$ на простір $I^{(\alpha)}$ (теорема 3.3.1).

Нагадаємо, що f.d.-похідною метричного простору називається доповнення до множини точок локальної скінченновимірності цього простору. Т. Банах розглядав клас многовидів, модельованих на зліченній прямій границі K^{∞} просторів K^{n}, де K – універсальний простір у класі просторів зі скінченною f.d.-похідною. Результати дисертації зосереджені навколо проблеми збереження K^{∞}-многовидів деякими функторіальними конструкціями в категорії тихоновських просторів, що зберігають абсолютні околові ретракти та скінченновимірних просторів.

Деякі результати розділу можна інтерпретувати як аналог теореми Зарічного про опис топології вільних топологічних груп абсолютних околових ретрактів як нескінченновимірних многовидів (теореми 4.2.4-4.2.6).

Теорема 4.2.8 дає характеризацію універсального відображення простору $\mathbf{R}^{\infty}$ на простір K^{∞}.

Результати розділу 5 зосереджено навколо класу C-просторів. Це один з тих класів нескінченновимірних просторів, на який часто вдається поширити деякі скінченновимірні властивості, він відіграє важливу роль, зокрема у теорії ретрактів. У компактному випадку П. Борст охарактеризував C-простори на основі трансфінітного розширення лебегової розмірності. У свою чергу результати Борста використав Т. Радул, щоби побудувати нові приклади поглинаючих множин. Фактично простори, що розглядаються у розділі 5 дисертації, є аналогами поглинаючих просторів Радула у класі зліченних ін'єктивних границь компактних метризовних C-просторів.

Доведено, що існує незліченна множина зліченних ординалів з такою властивістю: для кожного ординала β з такої множини існує універсальний простір K_{β} для класу метричних компактів трансфінітної розмірності меншої, ніж β. Запропонована конструкція просторів K_{β} дає змогу довести для них характеризаційну теорему, а також розвивати теорію многовидів, модельованих на цих просторах. Теорема 5.2.6 стверджує, що кожен K_{β}-многовид можна вкласти у модельний простір K_{β} як відкриту множину.

Ще одним цікавим результатом розділу 5 є побудова і характеризація універсального відображення простору $\mathbf{R}^{\infty}$ на простір K_{β} (теорема 5.3.1).

Розділ 6 дисертації, крім власне наукових результатів, містить цікавий з методологічної точки зору підхід до розвитку топології нескінченновимірних многовидів. Запропоновано конструкцію, яка дозволяє як часткові випадки одержати цілий список відомих і нових модельних просторів для теорій многовидів. Серед результатів цього розділу відзначимо теорему 6.1.16, яка дає топологічну характеризацію сильно універсальних просторів $I^{<\alpha}$ для ординалів α з нескінченною конфінальністю, а також топологічну характеризацію просторів $I^{\tau}\times(I^{\kappa})^{<\omega}$ (теорема 6.21).

Всі відзначені, а також інші результати дисертації становлять цілісне дослідження, яке дає розв'язки актуальних задач нескінченновимірної топології. Одержані результати можуть знайти застосування до задач розпізнавання різноманітних об'єктів топологічної алгебри, зокрема вільних тополого-алгебраїчних структур.

До зауважень слід віднести наступне.

1) В огляді літератури прізвища закордонних математиків передаються в їх українській формі, однак для деяких прізвищ чомусь зроблено виняток.
2) Теорему 3.2.2 варто було б довести повністю, помістивши «деталі, які нескладно відновити». Те ж саме стосується і Теореми 3.3.2.
3) Доведення теореми 4.2.8 подано дуже стисло, можна було навести деталі.
4) Коректність відображення $P_{\infty}(f)$ лише відзначена, а не доведена. Хоча доведення нескладно провести достатньо кваліфікованому читачеві, та все ж воно вимагає певних зусиль.
5) Текст написаний хорошою мовою, однак подекуди складається враження, що свої іншомовні публікації авторка перекладала за допомогою автоматичного перекладача.
6) Стор. 20_{15}: має бути «існує послідовність…»; стор. 21_{2}: має бути «зліченний степінь…»; на стор. 67 має бути «тотожну функцію»; також трапляються інші опечатки, вплив яких на якість роботи не істотний.

Вважаю, що дисертація Орислави Євгенівни Поливоди «Нескінченновимірні многовиди, модельовані на ін'єктивних границях абсолютних екстензорів» задовольняє всім вимогам «Порядку присудження наукових ступенів», постанова Кабінету Міністрів України №567 від 24.07.2013 р. (з подальшими змінам, внесеними постановою КМУ №607 від 15.07.2020 р.) щодо кандидатських дисертацій, а її авторка заслуговує на присудження їй вченого ступеня кандидата фізико-математичних наук (доктора філософії) за спеціальністю 01.01.04 – геометрія і топологія.

Офіційний опонент,
доцент кафедри математичного аналізу
факультету математики та інформатики
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича
доктор фізико-математичних наук О.О. Карлова

Підпис Карлової О.О. засвідчую
Учений секретар Чернівецького національного
університету імені Юрія Федьковича
Олтовська Н.О.
27 квітня 2021