

ВИСНОВОК

**про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів
дисертації «Задачі без початкових умов для еволюційних
функціонально-диференціальних рівнянь та варіаційних нерівностей»
здобувачки ступеня доктора філософії
з галузі знань 11 «Математика та статистика»
за спеціальністю 111 «Математика»
Скіри Ірини Володимирівни**

1. Актуальність теми дисертації

У сучасній фізиці, біології, економіці досліджують динамічні процеси, початок яких настільки віддалений від актуального моменту, що початкові дані практично не впливають на проходження цих процесів в цей момент. Будь-який з таких процесів зазвичай моделюють еволюційним диференціальним рівнянням з частинними похідними або системою таких рівнянь, крайовими умовами та наявністю чи відсутністю обмежень на поведінку розв'язку, коли часова змінна прямує до початкового моменту, який дорівнює $-\infty$. Таку задачу називають задачею без початкових умов або задачею Фур'є. Очевидно, що задачу на знаходження періодичних чи майже періодичних розв'язків еволюційних рівнянь можна трактувати як задачу Фур'є.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню існування та єдиності розв'язків задачі Фур'є для еволюційних функціонально-диференціальних рівнянь та варіаційних нерівностей.

Систематичне вивчення задач без початкових умов для еволюційних рівнянь розпочав А.М. Тихонов у 1935 році, який у своїй відомій роботі встановив, що для єдиності класичного розв'язку задачі Фур'є для рівняння теплопровідності треба вимагати деякі обмеження на поведінку розв'язку на нескінченності, наприклад, його обмеженість. Подібні результати щодо існування узагальнених розв'язків задачі без початкових умов для лінійних та слабко нелінійних параболічних рівнянь і систем отримала О. А. Олійник. У 1984 році М. М. Бокало встановив, що існують нелінійні параболічні рівняння, для яких задача без початкових умов має не більше одного розв'язку без будь-яких обмежень щодо поведінки розв'язків. Дослідження задачі без початкових умов для параболічних рівнянь активно проводилися багатьма математиками, серед яких С. Д. Ейдельман, С. Д. Івасишен, О. А. Олійник, О. А. Панков, М. Д. Мартиненко, Л. Ф. Бойко, Є.І. Моїсєєв, Р. Шовальтер (Showalter R.E.), В. П. Лавренчук, М. І. Матійчук, М. М. Бокало, С. П. Лавренюк, Н. П. Процах, П. Я. Пукач, О. М. Бугрій, Т. М. Балабушенко, Ю. Б. Дмитришин, В. М. Сікорський, В. М. Дмитрів. В роботах С. П. Лавренюка і О. М. Бугрія розглядалися задачі без початкових умов для варіаційних параболічних нерівностей. Задачі без початкових умов для псевдопараболічних та ультрапараболічних рівнянь і гіперболічних систем

першого порядку досліджувались С. П. Лавренюком, А.Д. Мишкісом, В.М. Кириlichem, Г.П. Доманською, Н.П. Процах, Г.Р. Торган.

Хоч задачі без початкових умов для еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей активно вивчались, залишилось багато важливих класів еволюційних рівнянь та нерівностей, для яких такі задачі недостатньо повно або зовсім не досліджені. Це, зокрема, стосується параболічних і еліптично-параболічних сильно нелінійних диференціальних та інтегро-диференціальних рівнянь вищих порядків зі змінними показниками нелінійності, еліптично-параболічних систем нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь другого порядку, слабо нелінійних еволюційних варіаційних нерівностей з функціоналами. З огляду на це тематика роботи є актуальною.

Метою дисертаційної роботи є дослідження умов існування та єдиності задач без початкових умов для еволюційних функціонально-диференціальних рівнянь та варіаційних нерівностей.

Об'єктом дослідження є задачі без початкових умов для параболічних і еліптично-параболічних нелінійних диференціальних та інтегро-диференціальних рівнянь вищих порядків, еліптично-параболічних систем нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь другого порядку, а також нелінійних еволюційних варіаційних нерівностей з функціоналами.

Предметом дослідження є існування та єдиність розв'язків задач без початкових умов для параболічних і еліптично-параболічних нелінійних диференціальних та інтегро-диференціальних рівнянь вищих порядків, еліптично-параболічних систем нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь другого порядку, а також нелінійних еволюційних варіаційних нерівностей з функціоналами.

Методи дослідження. У роботі використовуються методи та ідеї теорії рівнянь з частинними похідними, функціонального аналізу, зокрема, методи монотонності і компактності, принцип стискуючих відображень.

2. Зв'язок теми дисертації з державними програмами, науковими напрямами університету та кафедри

Результати дисертації отримано в рамках виконання науково-дослідної державної теми "Розробка методів дослідження коректності прямих та обернених задач для диференціальних операторів" (номер держреєстрації 0117U001228), яка виконувалася на кафедрі диференціальних рівнянь Львівського національного університету імені Івана Франка.

3. Особистий внесок здобувача в отриманні наукових результатів

Дисертаційна робота є самостійно виконаним науковим дослідженням. У працях, написаних у співавторстві з науковим керівником, М.М. Бокалу належать постановка задач, вибір методів досліджень та аналіз одержаних результатів. У праці, написаній у співавторстві з М.М. Бокалом і Я.Г.

Притулою, співавторам належить постановка задачі, а також ними були проведені консультації стосовно методики доведення основних результатів.

4. Достовірність та обґрунтованість отриманих результатів та запропонованих автором вирішень, висновків, рекомендацій

Дисертаційна робота містить повні і строгі доведення всіх наукових результатів. Наведені також приклади, які показують, що умови на входні дані задач є суттєвими. Результати дисертації опубліковано у 7-ми статтях у фахових наукових виданнях та одній статті у виданні, яке не входить у перелік фахових. Матеріали дисертації доповідалися на 8-ми міжнародних математичних конференціях, а також на Львівському міському семінарі з диференціальних рівнянь.

5. Ступінь новизни основних результатів дисертації порівняно з відомими дослідженнями аналогічного характеру

У дисертаційній роботі:

- отримано умови існування і єдиності узагальнених розв'язків задачі Фур'є для параболічних і еліптично-параболічних нелінійних диференціальних та інтегро-диференціальних рівнянь вищих порядків, причому у випадку сильно нелінійних рівнянь – без обмежень на зростання даних і поведінку розв'язків на нескінченності, а у випадку слабо нелінійних рівнянь – за умов на зростання даних і поведінку розв'язків на нескінченності; новизна результатів полягає у дослідженні нових класів еволюційних сильно і слабо нелінійних рівнянь вищих порядків;

- знайдено умови існування і єдиності узагальнених розв'язків задачі Фур'є для еліптично-параболічних систем нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь другого порядку, причому у випадку сильно нелінійних рівнянь – без обмежень на зростання даних і поведінку розв'язків на нескінченності, а у випадку слабо нелінійних рівнянь – при наявності умов на зростання даних і поведінку розв'язків на нескінченності; задачу Фур'є для еліптично-параболічних систем нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь другого порядку раніше не вивчали;

- отримано умови існування і єдиності розв'язків задачі без початкових умов для слабо нелінійних еволюційних варіаційних нерівностей з функціоналами, коли накладені умови на зростання даних і поведінку розв'язків на нескінченності; задачі без початкових умов для слабо нелінійних еволюційних варіаційних нерівностей з функціоналами також раніше не досліджували.

6. Перелік наукових праць, які відображають основні результати дисертації

Основні положення дисертації опубліковано в 16 наукових працях, серед яких п'ять статей у наукових фахових виданнях України, з них дві статті

входять до міжнародної наукометричної бази Scopus, та дві статті у періодичних наукових виданнях інших держав.

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

Публікації у наукових виданнях інших держав, які входять до Організації економічного співробітництва та розвитку та/або Європейського Союзу

1. Bokalo M.M., Skira I. V. Almost Periodic Solutions for Nonlinear Integro-Differential Elliptic-Parabolic Equations with Variable Exponents of Nonlinearity. International Journal of Evolution Equations. 2017; 10(3-4): 297-314. (Особистий внесок здобувача: формулювання та доведення всіх тверджень.)

2. Bokalo M.M., Skira I. V. Solutions for higher-order anisotropic elliptic-parabolic equations in time unbounded domains. New Trends in Mathematical Sciences. 2018; 6(2): 29-42. (Особистий внесок здобувача: формулювання та доведення всіх тверджень.)

Публікації у наукових виданнях України, що входять до міжнародних наукометричних баз

3. Bokalo M.M., Skira I.V. The Fourier problem for weakly nonlinear integro-differential elliptic-parabolic systems. Matematychni Studii. 2019; 51(1): 59-73. (Scopus) (Особистий внесок здобувача: побудова прикладу, формулювання та доведення всіх тверджень.)

4. Bokalo M.M., Skira I.V. Fourier problem for weakly nonlinear evolution inclusions with functionals. Journal of Optimization, Differential Equations, and their Applications. 2019; 27(1): 3-22. (Scopus) (Особистий внесок здобувача: формулювання та доведення всіх тверджень.)

Публікації у наукових фахових виданнях України

5. Бокало М.М., Притула Я.Г., Скіра І.В. Про розв'язки анізотропних параболічних рівнянь зі змінними показниками нелінійності в необмежених за часовою змінною областях. Вісник Національного Університету "Львівська політехніка". Фізико-математичні науки. 2014; 807: 7-16. (Особистий внесок здобувача: формулювання та доведення всіх тверджень.)

6. Бокало М.М., Скіра І.В. Задача Фур'є для інтегро-диференціальних еліптично-параболічних систем зі змінними показниками нелінійності. Вісник Львівського університету. Серія механіко-математична. 2017; 83: 109-122. (Особистий внесок здобувача: формулювання та доведення всіх тверджень.)

7. Бокало М.М., Скіра І.В. Коректність задачі Фур'є для слабко нелінійних еліптично-параболічних інтегро-диференціальних рівнянь вищих

порядків. Вісник Львівського університету. Серія механіко-математична. 2018; 85: 91-116. (Особистий внесок здобувача: формулювання та доведення всіх тверджень.)

Публікація у інших наукових виданнях України

8. Бокало М.М., Скіра І.В. Мішана задача для інтегро-диференціальних еліптично-параболічних рівнянь зі змінними показниками нелінійності. Збірник праць Інституту математики Національної академії наук України. 2017; 14(3): 21-46. (Особистий внесок здобувача: формулювання та доведення всіх тверджень.)

7. Апробація основних результатів дослідження на конференціях, симпозіумах, семінарах тощо

1. Bokalo M.M., Skira I. V. On solutions of higher-order anisotropic elliptic-parabolic equations with variable exponents of nonlinearity. Int. V. Scorobohatko mathematical conference: Abstracts of Reports, August 25-28, 2015, Drohobych, Ukraine.

2. Bokalo M.M., Skira I. V. Solutions for high order anisotropic elliptic-parabolic equations in time unbounded domains // Int. Conf. on differential equations dedicated to the 110th anniversary of Ya. B. Lopatynsky. September 20-24, 2016, Lviv, Ukraine.

3. Skira I. V. Initial boundary value problem for higher-order anisotropic integral-differential elliptic-parabolic equations with variable exponents of nonlinearity // 5th Int. Conf. of young scientists on differential equations and applications dedicated to Yaroslav Lopatynsky. 9-11 November, 2016, Kyiv, Ukraine.

4. Skira I. V. The Fourier problem for higher-order anisotropic integro-differential elliptic-parabolic equations // Int. scientific conf. "Modern problems of mathematics and its application in natural sciences and information technologies", dedicated to the 50th anniversary of the Faculty of Mathematics and Informatics. September 17-19, 2018, Chernivtsi, Ukraine.

5. Скіра І. В. Задача Фур'є для анізотропних інтегро-диференціальних еліптично-параболічних систем зі змінними показниками нелінійності // VI всеукраїнська математична конференція імені Б. В. Васишина "Нелінійні проблеми аналізу". 26-28 вересня 2018 року, Івано-Франківськ - Микуличин.

6. Skira I. V. Fourier Problem for Weakly Nonlinear Evolution Inclusions with Functionals // 6th Ya. B. Lopatynsky International School-Workshop on Differential Equations and Applications. June 18-20, 2019, Vinnytsia, Ukraine

7. Skira I. V. Problem without initial condition for strongly nonlinear variational inequalities // Сучасні проблеми диференціальних рівнянь та їх застосування : Матеріали міжнародної наукової конференції, присвяченої

100-річчю від дня народження професора С.Д. Ейдельмана. 16-19 вересня 2020 року, Чернівці.

8. Skira I. V. Fourier problem for nonlinear evolution subdifferential inclusions //XI International Skorobohatko mathematical conference. October 26 – 30, 2020, Lviv, Ukraine.

8. Наукове значення та практична цінність виконаного дослідження

Праця має теоретичний характер, а отримані в ній результати є внеском у теорію задач без початкових умов для еволюційних функціонально-диференціальних рівнянь та варіаційних нерівностей і можуть бути використані в подальших дослідженнях рівнянь з частинними похідними. Ці результати можуть знайти застосування у моделюванні процесів газо- та гідродинаміки, хімічної кінетики, а також динаміки біологічних популяцій. Вони також можуть бути використані у навчальному процесі для підготовки фахівців з математики, зокрема при розробці та викладанні спеціальних курсів з рівнянь з частинними похідними у закладах вищої освіти.

9. Оцінка структури дисертації, її мови та стилю викладення

Дисертація за структурою, мовою та стилем викладення відповідає вимогам МОН України.

10. Висновок щодо можливості подання дисертації до розгляду та захисту у спеціалізованій вченій раді

Дисертацію заслухано та обговорено на фаховому семінарі кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь механіко-математичного факультету Львівського національного університету імені Івана Франка (протокол № 1 від 12 березня 2021 року). У ході обговорення дисертації суттєвих зауважень, які стосуються суті роботи, не було висунуто.

На основі вищесказаного можна зробити такі висновки щодо поданої дисертаційної роботи:

1. За актуальністю обраної теми, обсягом, достовірністю та рівнем апробації отриманих результатів, науковою новизною, обґрунтованістю висновків, практичною цінністю дисертаційна робота «Задачі без початкових умов для еволюційних функціонально-диференціальних рівнянь та варіаційних нерівностей» відповідає вимогам наказу МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» та п. 10 «Порядку проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії» (Постанова Кабінету Міністрів України від 06 березня 2019 р., № 167).

2. Дисертація відповідає спеціальності 111 Математика галузі знань 11 Математика та статистика.

3. Наукові праці Скіри І. В., опубліковані за результатами дисертаційної роботи, за кількістю та якістю відповідають п. 11 «Порядку

проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 06 березня 2019 р., № 167.

4. Дисертація «Задачі без початкових умов для еволюційних функціонально-диференціальних рівнянь та варіаційних нерівностей» Скіри Ірини Володимирівни рекомендується для подання до розгляду та захисту у спеціалізованій вченій раді.

Рецензенти:

доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри математичної статистики
і диференціальних рівнянь

Лопушанська Г. П.

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри математичної статистики
і диференціальних рівнянь

Головатий Ю. Д.

15.03.2021

(дата)

Підписи проф. Лопушанської Г. П. та доц. Головатого Ю. Д. засвідчую.

Вчений секретар
Львівського національного
університету імені Івана Франка, доц.



Грабовецька О.С.