

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

*Скіри Ірини Володимирівни*

“Задачі без початкових умов для еволюційних функціонально-диференціальних рівнянь та варіаційних нерівностей”,

поданої на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111–математика (галузь знань 11–математика та статистика)

Дисертаційна робота І. В. Скіри присвячена встановленню властивостей розв'язків та умов однозначної розв'язності в просторах Соболева зі змінними показниками нелінійностей варіаційних нерівностей, задач без початкових умов для нелінійних еліптично-параболічних рівнянь та систем рівнянь. Такі задачі є математичними моделями нестационарних процесів, які розпочалися досить давно і їх протікання в теперішній момент часу практично не залежить від початкового стану. Тоді вивчають ці процеси залежно від режиму на межі області, в якій вони відбуваються, та зовнішніх впливів, а також вважають, що початковий момент часу збігається з  $-\infty$  і замість стандартної початкової умови задають умову на поведінку розв'язку при  $t \rightarrow -\infty$  або нічого не задають. Задача без початкових умов для еволюційних рівнянь тісно пов'язана із задачами на знаходження періодичних та майже періодичних розв'язків рівнянь.

Вивчення задач без початкових умов розпочалося з праці А.М. Тихонова (1935 р.), де було встановлено, що гарантією єдиності класичного розв'язку задачі без початкових умов для рівняння теплопровідності є обмеженість розв'язку при  $t \rightarrow -\infty$ , доведено існування обмеженого класичного розв'язку цієї задачі і отримано його інтегральне зображення. Пізніше аналогічні результати для лінійних параболічних рівнянь та їх систем були отримані в працях С.Д. Ейдельмана, С.Д. Івасишена, В.П. Лавренчука, М.Д. Мартиненка, М.І. Матійчука, Т.М. Балабушенко, Є.І. Моїсєєва та ін. Існування та єдиність узагальнених розв'язків задач без початкових умов для лінійних та слабо нелінійних еволюційних рівнянь при певних обмеженнях на їх поведінку та зростання вихідних даних було встановлено в працях О.А. Олейнік, М.М. Бокала, С.П. Лавренюка та ін., а без обмежень на поведінку розв'язку чи вихідних даних задач – у працях М.М. Бокала, С.П. Лавренюка, П. Я. Пукача, Н.П. Процах, О.М. Бугрія, В.М. Сікорського, В.М. Дмитріва, Ю.Б. Дмитришина та ін.

Незважаючи на те, що задачі без початкових умов для еволюційних рівнянь та варіаційних нерівностей досить активно вивчалися, залишалися



класи рівнянь та нерівностей, для яких задачі без початкових умов недостатньо повно або зовсім не досліджені. Це, зокрема, стосується задачі без початкових умов для еволюційних інтегро-диференціальних рівнянь та їх систем, а також варіаційних нерівностей з функціоналами, які вивчаються у даній дисертаційній роботі. Тому тема роботи є *актуальною*.

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку літератури та двох додатків. У вступі обґрунтовано актуальність теми дослідження, сформульовано мету, завдання, предмет, об'єкт та методи дослідження, вказано наукову новизну, практичне значення отриманих результатів, зв'язок роботи з державною науково-дослідною темою, особистий внесок здобувача та апробацію і публікації основних результатів дисертації. У розділі 1 наведено огляд літератури за тематикою дисертації та опис основних результатів дисертації.

У другому розділі досліджується задача без початкових умов для параболічних і еліптично-параболічних слабо та сильно нелінійних диференціальних та інтегро-диференціальних рівнянь вищих порядків. Цей розділ складається з чотирьох підрозділів. В перших трьох підрозділах вивчені сильно нелінійні рівняння зі змінними показниками нелінійності, а в четвертому – слабо нелінійні рівняння зі сталим показником нелінійності. У підрозділі 2.1 доведено існування та єдиність узагальнених розв'язків задачі без будь-яких обмежень на поведінку розв'язку на нескінченності, виділено клас анізотропних параболічних рівнянь вищих порядків, для яких встановлено існування обмежених, періодичних та майже періодичних узагальнених розв'язків. У підрозділі 2.2 отримано аналогічні результати для еліптично-параболічних сильно нелінійних рівнянь з монотонними частинами, а у підрозділі 2.3 – для еліптично-параболічних сильно нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь. Достатні умови існування та єдиності узагальнених розв'язків задачі без початкових умов для еліптично-параболічних слабо нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь за деяких обмежень на зростання вхідних даних та поведінку розв'язків при  $t \rightarrow -\infty$  знайдено в підрозділі 2.4. Такі результати отримано вперше.

Розділ 3 присвячено задачі без початкових умов для еліптично-параболічних систем нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь другого порядку з різними типами степеневих нелінійностей. У підрозділі 3.1 вивчено умови існування та єдиності узагальнених розв'язків задачі без початкових умов для систем сильно нелінійних рівнянь зі змінними показниками нелінійності без припущень щодо зростання вихідних даних та поведінки розв'язків при  $t \rightarrow -\infty$ , а в підрозділі 3.2 – для систем слабо нелінійних рівнянь за наявності обмежень на зростання вихідних даних та

поведінку розв'язків при  $t \rightarrow -\infty$ . Отримані в цьому розділі результати є новими.

У розділі 4 отримано достатні умови існування та єдиності розв'язків задачі без початкових умов для слабко нелінійних еволюційних включень з функціоналами. Така задача з функціоналами розглядається вперше.

Результати дисертації є новими. Наукові положення, висновки та рекомендації, сформульовані в дисертації, є достовірними, доведення чітко і строго обґрунтовані.

Основні результати дисертаційної роботи достатньо повно відображені у семи наукових статтях, з яких дві у періодичних виданнях іноземних держав, які входять до Організації економічного співробітництва та розвитку або ЄС, дві – у наукових виданнях України, що входять до міжнародної наукометричної бази Scopus, а три – у фахових виданнях України. Додатково результати дисертації висвітлені в одній статті у збірнику праць та у восьми тезах міжнародних наукових конференцій.

Висновки, наведені в дисертації, правильно відображають одержані результати. Анотація повністю і правильно відображає зміст дисертації. Випадків порушення академічної доброчесності, зокрема, плагіату у дисертаційній роботі не виявлено.

До роботи є такі рекомендації і зауваження.

- 1) Доведення теореми 2.6 (на с. 67) не завершене, оскільки потрібно встановити існування та єдиність розв'язку задачі (2.37), (2.35) та його майже періодичність за Бором, а в доведенні наведено тільки встановлення відносної щільності множин.
- 2) Варто було б навести означення основних термінів, які використовуються в роботі, наприклад, таких як: періодичність за Бором, періодичність за Степановим, рівняння з монотонними просторовими частинами та ін., або надати посилання на першоджерела, в яких ці поняття введені.
- 3) Посилання [7] (с. 57, р.18) не містить просторів зі змінними показниками нелінійності, тому встановлення факту, що  $H_b(\Omega)$  є поповненням лінійного простору  $V_p$  за вказаною цівнормою вимагає додаткових обґрунтувань.
- 4) На с. 63 у посиланні на лему 2.2 з [34] слід вказати сторінки, оскільки вказана книга містить леми 2.2 в декількох розділах.
- 5) Назву книги [34] 1978 року видання (видавництво «Мир») потрібно було б вказати мовою оригіналу.
- 6) На с. 40, р. 14, замість [12] потрібно вказати [37].

7) У роботі є деякі граматичні, стилістичні помилки та описки: «вважається рівним» (с. 2, р. 14) – замість «дорівнює», «при відсутності» (с.4, р.2) – замість «за відсутності», «Polayechnika» (с.11, р. 17) – замість «Politechnika», «Nonlinearty» (с.11, р. 20) – замість «Nonlinearity», «ряду» (с. 26, р. 15) – замість «ряді», «інтегральна» (с. 58, р. 9) – замість «інтегральну» та ін.

Дисертація є завершеною працею, в якій отримані нові науково обґрунтовані результати, що в сукупності вирішують конкретну наукову задачу з теорії диференціальних рівнянь. Наведені зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку роботи.

Вважаю, що дисертаційна робота І.В. Скіри “ Задачі без початкових умов для еволюційних функціонально-диференціальних рівнянь та варіаційних нерівностей” задовольняє всі вимоги, що передбачені наказом Міністерства освіти і науки України від 12.01.2017 р. № 40 “Про затвердження вимог до оформлення дисертацій” та постановою Кабінету Міністрів України від 06.03.2019 р. № 167 “Порядок проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії”, а її авторка – Скіра Ірина Володимирівна – заслуговує на присудження їй ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 – Математика з галузі знань 11 – Математика та статистика.

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук, професор,

завідувачка кафедри математики і фізики

Національного лісотехнічного університету України

Н. П. Процах

Підпис Процах Н.П. засвідчую:

Вчений секретар Національного лісотехнічного університету України, доцент



Р. Г. Салабай