

## ВІДГУК

офіційного опонента про дисертацію

**Скіри Ірини Володимирівни**

на тему „Задачі без початкових умов для еволюційних функціонально-диференціальних рівнянь та варіаційних нерівностей“, поданої до захисту на здобуття наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 „Математика та статистика“ за спеціальністю 111 „Математика“

### 1. Актуальність дослідження, його мета та зв'язок з державними темами.

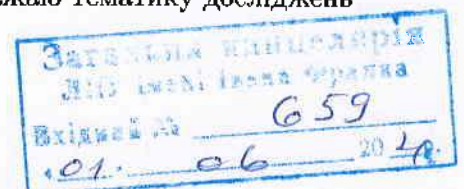
Математичне моделювання фізичних, біологічних, економічних процесів, початок яких настільки віддалений від актуального моменту, що початкові дані не впливають на їх проходження в актуальний момент часу, веде до вивчення крайових задач без початкових умов для еволюційних диференціальних рівнянь із частинними похідними.

Дослідження задач без початкових умов (які також називають задачами Фур'є) започаткував А.М. Тихонов у 1935 р. Він встановив єдиність класичного розв'язку задачі Фур'є для рівняння теплопровідності у класі обмежених функцій. Результати, отримані А.М. Тихоновим, були перенесені на випадок загальних параболічних рівнянь у працях С.Д. Ейдельмана, С.Д. Івасишена та їх учнів. Пізніше О.А. Олійник та Г.А. Іосиф'ян використали новий метод апріорних інтегральних оцінок невідомої функції та встановили єдиність узагальнених розв'язків задачі Коші, мішаних задач і задачі без початкових умов для загальних лінійних параболічних рівнянь.

У працях М.М. Бокала уперше встановлено єдиність розв'язку задачі Фур'є для деяких нелінійних параболічних рівнянь другого порядку у класі функцій з довільною поведінкою при  $t \rightarrow -\infty$ . Згодом у роботах М.М. Бокала, С.П. Лавренюка та їх учнів були знайдені умови існування та єдиності узагальненого розв'язку задачі Фур'є для багатьох класів еволюційних рівнянь із різними крайовими умовами.

Задачі без початкових умов для операторно-диференціальних рівнянь та варіаційних нерівностей вивчалися у працях М.М. Бокала, О.М. Бугрія, Б.М. Левітана, В.В. Жикова, С.П. Лавренюка, Ж.-Л. Ліонса, О.О. Панкова, Н.П. Процах, Р.Е. Шовальтера, де встановлено умови існування та умови єдиності розв'язків за певних припущень щодо вхідних даних та поведінки розв'язків на нескінченності.

Водночас недостатньо вивченими залишались задачі без початкових умов для параболічних сильно нелінійних рівнянь, еліптично-параболічних сильно нелінійних рівнянь (зокрема, з інтегральними доданками) високого порядку та їх систем і задачі без початкових умов для слабо нелінійних еволюційних включень із функціоналами. Розробці цих питань присвячене дане дисертаційне дослідження. Отже, вважаю тематику досліджень актуальною.



Результати дисертації отримано в рамках держбюджетної теми „Розробка методів дослідження прямих та обернених задач для диференціальних операторів“ (номер держреєстрації 0117U001228), яка виконувалася на кафедрі диференціальних рівнянь Львівського національного університету імені Івана Франка.

**2. Новизна наукових результатів дисертації.** Дисертація І.В. Скіри складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, який містить 89 найменувань, а також двох додатків А, Б. Загальний обсяг дисертації становить 180 сторінок. У ній отримано такі нові результати:

1) встановлено умови існування, єдиності, періодичності та майже періодичності узагальнених розв'язків задачі Фур'є для сильно нелінійних параболічних рівнянь без будь-яких обмежень на поведінку розв'язку на нескінченності;

2) знайдено умови на коефіцієнти еліптично-параболічних сильно нелінійних диференціальних та інтегро-диференціальних рівнянь, при виконанні яких існують єдині узагальнені розв'язки задачі Фур'є для цих рівнянь без будь-яких обмежень на поведінку розв'язків та зростання вхідних даних на нескінченності, а також знайдено умови існування обмежених, періодичних і майже періодичних узагальнених розв'язків цих рівнянь;

3) доведено існування та єдиність узагальненого розв'язку задачі Фур'є для еліптично-параболічних слабо нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь вищих порядків і для слабо нелінійних еліптично-параболічних систем інтегро-диференціальних рівнянь при певних обмеженнях на поведінку розв'язків і вхідних даних на нескінченності;

4) описано клас анізотропних еліптично-параболічних інтегро-диференціальних систем зі змінними показниками нелінійності, для яких задача Фур'є коректна без обмежень на зростання при прямуванні часової змінної до  $-\infty$ ;

5) встановлено умови існування і єдиності розв'язків задачі без початкових умов для еволюційних варіаційних нерівностей з деякими обмеженнями на поведінку розв'язку.

**3. Достовірність та обґрунтованість наукових положень і висновків, сформульованих у дисертації.** Ознайомлення зі змістом дисертації та основними публікаціями дозволяє встановити, що результати дослідження є новими та достовірними. Це підтверджується чіткими формулюваннями усіх тверджень роботи та їх строгими доведеннями, які виконані з достатньою повнотою.

Характерною особливістю даної дисертаційної роботи є чітка структура викладу отриманих результатів: спочатку наведено постановки досліджуваних задач, формулювання основних теорем і лем, які описують їх властивості, а потім наведено доведення цих тверджень у вигляді чітко розділених етапів. На мою думку, така структура є зручною для сприйняття та орієнтування у змісті результатів роботи.

**4. Особистий внесок здобувача в отриманні наукових результатів і відсутність порушень академічної доброчесності.** Усі результати, отримані в дисертаційній роботі, є новими і належать безпосередньо авторці. У працях, спільних зі здобувачкою, співавторам – М.М. Бокалу та Я.Г. Притулі – належить формулювання задач, вибір методики досліджень та аналіз отриманих результатів. Результати інших авторів

використовуються з належними цитуваннями їх праць. Перевірка роботи на плагіат підтвердила унікальність тексту дисертації. Це свідчить про відсутність порушення вимог академічної доброчесності авторкою дисертаційного дослідження.

**5. Повнота викладу та апробація результатів.** Основні результати дисертації у повному обсязі опубліковані у 7 статтях у фахових наукових виданнях (з них 5 – у виданнях з переліку МОН, 2 – у виданнях, що входять до міжнародної наукометричної бази Scopus, 2 – у періодичних закордонних виданнях) та в одній статті у збірнику наукових праць. Результати дисертації були оприлюднені на 8 наукових конференціях та двох спеціалізованих наукових семінарах.

**6. Зауваження щодо змісту й оформлення.** Відзначу нетривіальність викладок і аналітичну майстерність авторки дисертації при доведенні результатів роботи. Наведемо такі зауваження щодо оформлення дисертації:

- на с. 84<sup>13</sup> сталі  $K_\alpha$ ,  $|\alpha| \leq m$ , визначаються з оцінок (2.100) неоднозначно, згодом ці сталі фігурують у формулі (2.101) в означенні функції  $\gamma(t)$ , а тому входять у формулювання результатів підрозділу 2.4; на мою думку, варто було б відзначити залежність цих результатів від вибору сталих  $K_\alpha$ ,  $|\alpha| \leq m$ ;
- на с. 101<sub>2</sub> наявна зайва вертикальна риска в означенні простору  $\dot{W}_{p(\cdot),loc}^{1,0}(\bar{Q}; \mathbb{R}^N)$ ;
- на с. 113 формулою (3.31) визначено сталу  $K$ ; на мою думку, варто було б дати вказівку на літературне джерело з обґрунтуванням скінченності цієї сталої.

У дисертації наявні недоліки стилістичного та граматичного характеру, вкажемо на деякі з них:

- на с. 28<sup>14</sup> замість фрази „Більш детальну“ слід написати „детальніше“;
- на с. 17<sup>14</sup>, 41<sub>1</sub>, 58<sup>5</sup>, 117<sup>15</sup>, 132<sup>18</sup>, 137<sup>16</sup> замість фрази „належить простору“ варто було б писати „належить до простору“;
- літературне джерело [57] слід оформити так:  
Antontsev S.N., Shmarev S.I. Extinction of Solutions of Parabolic Equations with Variable Anisotropic Nonlinearities, Proc. Steklov Inst. Math., 261 (2008), 11–21;
- на с. 180<sup>28</sup> назву семінару слід писати з великої літери.

Однак перераховані недоліки не знижують цінності дисертаційної роботи і не впливають на її загальну позитивну оцінку.

**7. Висновок.** Таким чином, вважаю, що дисертація „Задачі без початкових умов для еволюційних функціонально-диференціальних рівнянь та варіаційних нерівностей“ є завершеною науковою працею, в якій отримані нові науково обґрунтовані результати.

Дисертація має теоретичний характер, її результати можна використати у теорії крайових задач для рівнянь із частинними похідними, при дослідженні математичних моделей газо- та гідродинаміки, поширення тепла, фільтрації рідини у пористих середовищах, біологічних популяцій, оптимального керування, хімічної кінетики тощо.

Дисертація відповідає усім вимогам, які висуваються до кваліфікаційних наукових праць, встановлених наказом Міністерства освіти і науки України від 12. 01. 2017 р. № 40 „Про затвердження вимог до оформлення дисертацій“ та постановою Кабінету Міністрів України від 06. 03. 2019 р. № 167 „Порядок проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії“, а її авторка Скіра Ірина Володимирівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 „Математика та статистика“ за спеціальністю 111 „Математика“.

Офіційний опонент:

в. о. зав. відділу математичної фізики  
Інституту прикладних проблем  
механіки і математики  
ім. Я.С. Підстригача НАН України,  
канд. фіз.-мат. наук,  
старший науковий співробітник

М.М. Симотюк

*Підпис с.н.с. М.М. Симотюка засвідчує.*

Вчений секретар

Інституту прикладних проблем  
механіки і математики  
ім. Я.С. Підстригача НАН України,  
канд. фіз.-мат. наук,  
старший науковий співробітник



О.З. Кравчишин