

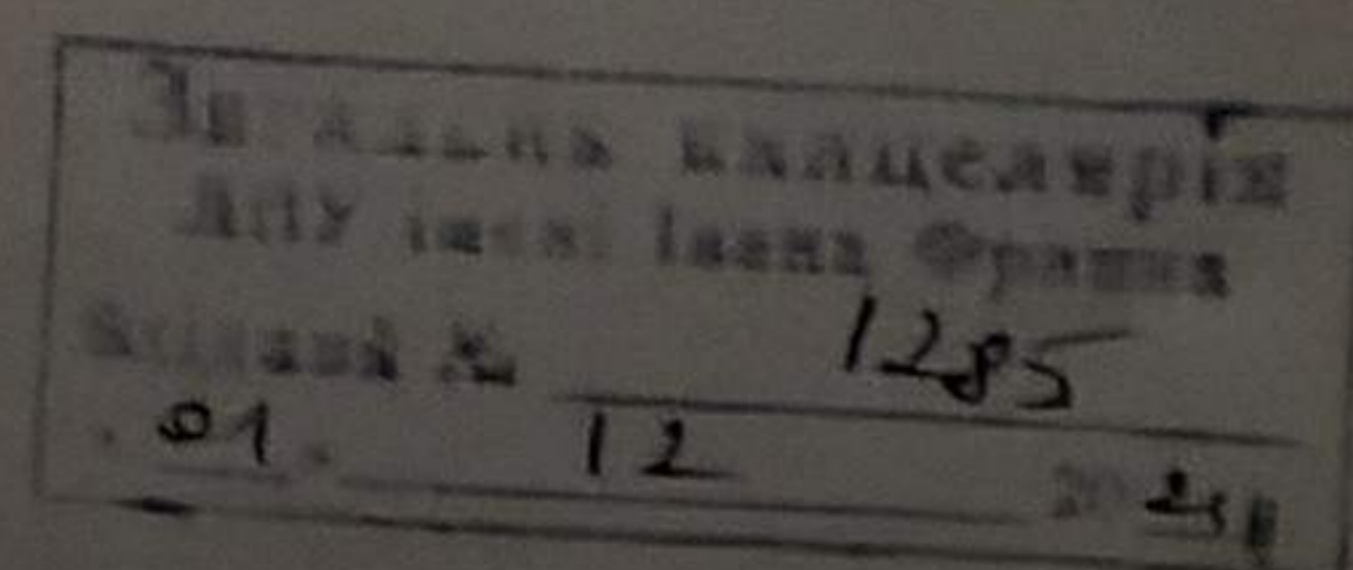
ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Головатого Юрія Даниловича «Сингулярно збурені диференціальні оператори у моделях квантової механіки», подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння, 111 – математика

Дисертаційна робота Юрія Головатого присвячена дослідженню операторів Шредингера із локальними збуреннями потенціалів та локальними збуреннями скінченного рангу, операторів Штурма-Ліувілля та еліптичних операторів другого порядку із збуреннями вагових функцій, а також вивченню спектральних властивостей таких диференціальних операторів. Розглянуті у дисертації математичні моделі мають значний теоретичний та практичний інтерес для сучасної фізики, зокрема квантової механіки. Проте багато питань математичного характеру ще є відкритими і вимагають ґрунтовнішого дослідження. Зважаючи на непересічне значення теорії операторів Шредингера у моделюванні квантово-механічних процесів, тематика дисертаційної роботи Юрія Головатого без сумніву є цікавою та актуальною.

Автор вивчає збіжність сімей диференціальних операторів із локальними сингулярними збуреннями коефіцієнтів та питання найкращої їх апроксимації в класі самоспряжених операторів з так званими точковими взаємодіями чи взаємодіями на кривих. Мета дослідження – конструктивна побудова граничних операторів простішої структури, в яких сингулярності в коефіцієнтах збуреного оператора замінені специфічними умовами спряження на множинах міри нуль, де ці сингулярності концентрувалися. Цікаво, що умови спряження нетривіально залежать від спектральних властивостей локальних потенціалів, а у двовимірних моделях – ще й від геометричних параметрів кривих. З погляду фізики основним питанням є побудова відносно простих математичних моделей – точних моделей квантової механіки, які б адекватно описували як кількісні, так і якісні характеристики реального квантово-механічного процесу. Основним інструментом дослідження є асимптотичні методи, які виявилися ефективними у доведеннях рівномірної резольвентної збіжності, побудові точних моделей та при описі спектральних властивостей гамільтоніанів.

Дисертаційна робота складається зі вступу, дев'яти розділів та списку використаних джерел. У вступі автор обґрунтовує актуальність теми дисертації, формулює мету та задачі дослідження, подає інформацію про апробацію та публікацію результатів дисертації.



Перший розділ присвячений повному розв'язку відомої у фізиці проблеми δ' -потенціалу, а саме отримано відповідь на питання, які умови виникають в точці концентрації локального потенціалу дипольного типу. Дослідження проведено для локальних потенціалів з компактними носіями і для потенціалів з класу Фаддєєва-Марченка.

Другий розділ узагальнює результати першого на випадок складніших локальних дипольних збурень, коли потенціали є $(a\delta'+b\delta)$ -подібною послідовністю, причому швидкості локалізації $a\delta'$ -подібного та $b\delta$ -подібного доданків є різними. Доведено рівномірну резольвентну збіжність операторів та побудовані точні моделі для різних граничних співвідношеннях швидкостей локалізації.

У третьому розділі автор вивчав збіжність сімей операторів Шредингера з локальними збуреннями рангу два. Результати цього розділу теж пов'язані з проблемою δ' -потенціалу, оскільки такий псевдопотенціал можна формально трактувати як збурення скінченного рангу. Автор встановив шість якісно різних випадків граничної поведінки збурених операторів, описавши широкий клас точкових взаємодій, які при цьому виникатимуть.

У четвертому розділі основним об'єктом дослідження є оператори Шредингера з магнітними потенціалами. Знайдено умови сильної резольвентної збіжності сімей операторів з попереднього розділу, в яких додатково був присутній магнітний потенціал із сильними локальними збуреннями. Отримано цікаві результати, які описують нетривіальний вплив магнітних полів на точкові взаємодії.

П'ятий розділ стосується цієї частини спектральної теорії операторів Шредингера, яка вивчає поглинання від'ємних власних значень нижньою межею неперервного спектру. Знайдено кілька нових умов, при яких оператори з нелінійною залежністю від сталої взаємодії володіють принаймні одним від'ємним власним значенням і коли таке власне значення абсорбується неперервним спектром при деяких порогових значеннях сталої взаємодії. Для порогових власних значень побудовано двочленні асимптотичні наближення.

Шостий розділ присвячений ще одній старій і широко відомій у фізиці проблемі, а саме побудові математичної моделі одновимірного атома водню. Ця проблема співзвучна з проблемою δ' -потенціалу і полягає у знаходженні таких умов спряження в точці сингулярності потенціала Кулона, які породжують правильний гамільтоніан – самоспряжений оператор енергії цієї системи. В цьому розділі вивчено питання рівномірної резольвентної дещо загальнішої сім'ї операторів Шредингера з потенціалами типу Кулона. В частковому випадку результати розділу дають вичерпну математичну відповідь щодо можливого вибору гамільтоніанів для одновимірного атома водню.

В цьому розділі результати перших двох розділів автор узагальнив на двовимірний випадок, провівши повний асимптотичний аналіз спектрів двовимірних операторів Шредингера із збуреннями потенціалу в околі гладкої замкненої кривої. Побудовано точну модель, яка залежить від спектральних властивостей локальних потенціалів і геометрії кривої.

Восьмий і дев'ятий розділи присвячені дещо іншим математичним моделям, які мають стосунок до класичної механіки. Тут побудовано асимптотику спектрів операторів Штурма-Ліувілля із сильним сингулярним збуренням вагової функції та еліптичної крайової задачі із збуренням вагової функції в околі гладкої замкненої кривої (модель мембрани із тонким і важким включенням). В обох випадках в наслідок сингулярної метрики гільбертових просторів, де діють збурені оператори, граничні оператори є несамоспряженими з нетривіальними жордановими клітками.

До основних результатів дисертації варто віднести:

- коректне математичне формулювання та всебічне вивчення проблеми δ' -потенціалу;
- ґрунтовний аналіз одновимірної моделі атома водню та критерій проникності потенціалів типу Кулона;
- умови існування від'ємних власних значень операторів Шредингера та умови їх поглинання неперервним спектром;
- узагальнення проблеми δ' -потенціалу на двовимірний випадок.

Результати дисертаційної роботи Ю. Головатого «Сингулярно збурені диференціальні оператори у моделях квантової механіки» є новими та правильними. Їхню достовірність підтверджують строгі математичні доведення лем та теорем. Дисертація є завершеною науковою працею, в якій отримано нові науково обґрунтовані результати, що у сукупності вирішують нові проблеми в теорії диференціальних операторів та мають практичне значення у сучасній фізичній науці. Робота свідчить також про високий професійний рівень та наукову ерудицію її автора.

Основні результати дисертації опубліковано в п'ятнадцятьох працях у фахових закордонних та вітчизняних журналах і доповідались на багатьох наукових конференціях. Дванадцять публікацій – у виданнях, індексованих в наукометричній базі Scopus, причому десять статей – у журналах з перших двох квартилей.

Автореферат повністю та правильно відображає зміст і основні положення дисертації. Однак є зауваження щодо змісту дисертації.

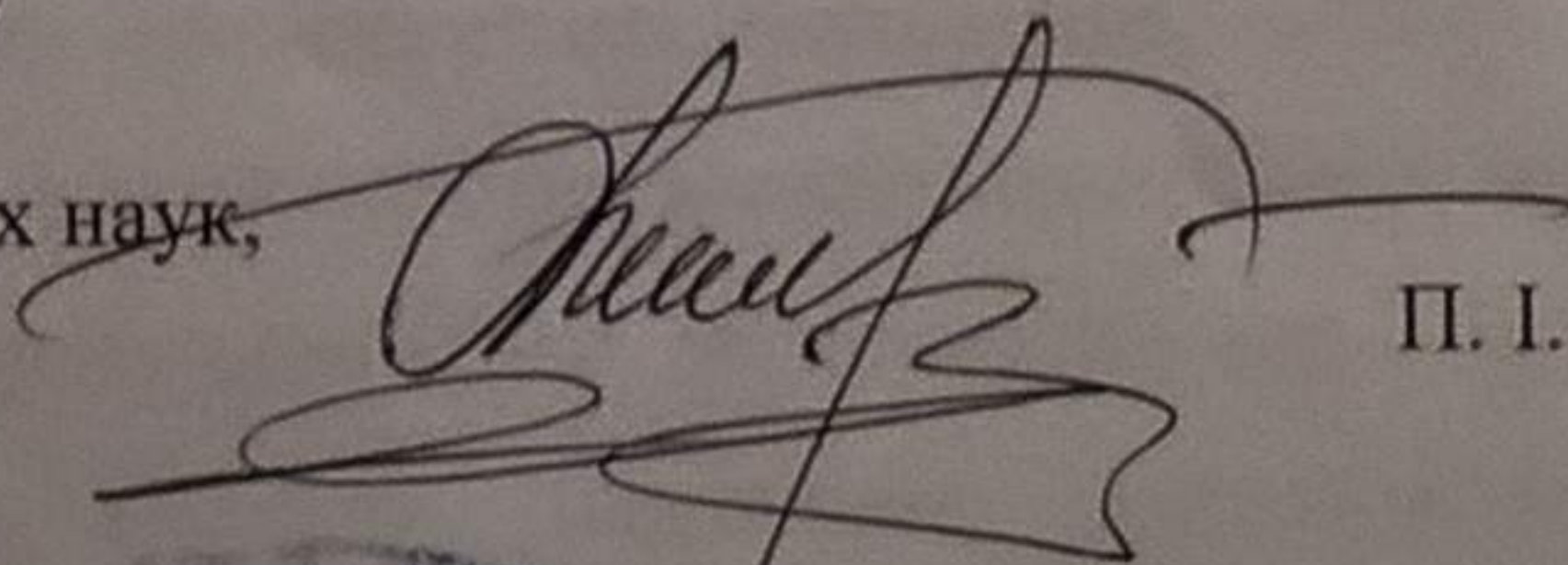
1. Гадаю, що в тексті бракує списку основних позначень. Для зручності читача варто б було їх зібрати на початку дисертації.
2. На початку третього розділу варто б було детальніше пояснити, яка різниця у граничній поведінці двох сімей операторів, які відрізняються регуляризацією функції Дірака. А саме, наскільки принципово, що цей доданок псевдогамільтоніану був регуляризований δ -подібною послідовністю, а не локальним збуренням рангу один.
3. В розділі 8 граничний оператор є матрицею порядку 3, тоді як в розділі 9 відповідний оператор вже трактується як матриця порядку 2, хоча насправді оператор A є прямою сумою $A_- \oplus A_+$. Варто б було дотримуватися одноманітності у записів граничних операторів в обох розділах.

Однак ці зауваження не впливають на загальне враження від роботи та її позитивну оцінку.

Вважаю, що дисертаційна робота Ю. Д. Головатого «Сингулярно збурені диференціальні оператори у моделях квантової механіки» виконана на високому науковому рівні і відповідає вимогам пп. 9, 10, 12-14 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів №567 від 24.07.2013 р. зі змінами і доповненнями, внесеними згідно з постановами КМ України №656 від 19.08.2015 р., №1159 від 30.12.2015 р., №567 від 27.07.2016 р., №943 від 20.11.2019 р. і Наказом МОН України №40 від 12.01.2017 р., щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня доктора наук, а її автор Головатий Юрій Данилович заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння (111 – математика).

Офіційний опонент –
професор кафедри вищої математики
Національного університету
«Львівська політехніка»,
доктор фізико-математичних наук,
професор

22 листопада 2021 р.

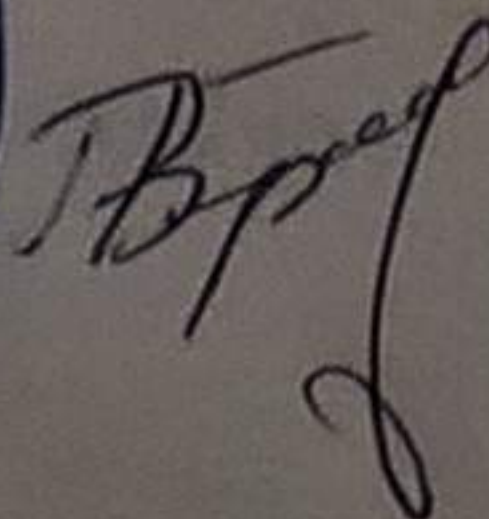


П. І. Каленюк

Підпис проф. Каленюка П.І. засвідчує

Вчений секретар
Національного університету
«Львівська політехніка»,
к.т.н., доцент

23 листопада 2021 р.



Брилинський Р.Б.