ВІДГУК
офіційного опонента
на дисертаційну роботу Собко Богдани Юріївни
«Термодинамічні функції систем із дробовими статистиками»,
представлену на здобуття ступеня доктора філософії
з галузі знань 10 «Природничі науки»
за спеціальністю 104 «Фізика та астрономія»

Актуальність теми дисертації

Версії дробової квантової статистики, які заповнюють пропуск між статистиками Фермі–Дірака і Бозе–Айнштайна, належать до математичного апарату сучасної теоретичної фізики, який слугує для ефективного опису фізичних явищ за участю великого числа частинок/квазічастинок і полів. Разом з академічним інтересом до можливостей альтернативних типів статистики, розвиток цього апарату обумовили експериментальні дослідження, зокрема ефекту Холла з дробовим електричним зарядом квазічастинок, до опису яких залучається дробова статистика. Так на противагу ферміонам і бозонам увели *еніони* (anyons) – частинки/квазічастинки, які підпорядковуються дробовій статистиці.

Застосування дробової статистики часто дає практичну перевагу над мікроскопічним підходом завдяки спрощеному математичному опису складних фізичних процесів. Так, пояснення експериментів із системами, спектр елементарних збуджень яких містить малу дисипативну частину, зумовлену зовнішніми полями, ефективно приводять до дробової статистики Поліхронакоса (A.Polychronakos *et al.*, 1996). З'явилися проекти топологічного квантового комп'ютера, в яких оперують *абелевими* і *неабелевими* еніонами. А після нещодавньої практичної реалізації квантових обчислень, теоретичне вивчення систем еніонів, у тому числі їхньої термодинаміки, стало особливо актуальним. Тому обчислення термодинамічних функцій систем еніонів є важливим етапом досліджень.

В дисертаційній роботі розглядається термодинамічний опис еніонів різних типів у кількох версіях дробової статистики. До того ж, врахування гіпотетичного магнітного заряду еніонів сприяє побудові термодинаміки конденсованих низьковимірних систем в сильному магнітному полі, де ефективно з'являється як еніонна статистика, так і магнітні заряди.

Намагаючись змоделювати реальні системи, природно розпочати з вивчення властивостей ідеального газу частинок у деформованих статистиках, а також фізичних меж його застосовності. Так заміна звичайної експоненти на q-експоненту Цалліса (C.Tsallis, 1994) в стандартних розподілах використовується для опису систем частинок з далекосяжними взаємодіями. Система ферміонів з контактною взаємодією також може бути змодельована як (ідеальний) газ у певних версіях дробової статистики.

Загальна характеристика роботи та отриманих в ній результатів

У **першому розділі** окреслено передумови та сучасний стан досліджень дробових статистик і систем еніонів, описано підходи, необхідні для вивчення модифікованого фермі-газу.

У **другому розділі** обчислено термодинамічні функції системи еніонів з електричним і магнітним зарядами у зовнішньому магнітному полі. Встановлено вплив поправки до енергетичного спектру, лінійної за магнітним зарядом, на другий віріальний коефіцієнт в рівнянні стану та на магнітну сприйнятливість. Проаналізовано поведінку отриманих внесків зі зміною температури і еніонного параметра (зсуву фази хвильової функції).

У **третьому розділі** порівнюються термодинамічні властивості двох модифікацій фермі-газу (модель-1 і -2), які відрізняються способом деформації експоненційного фактору Ґіббса в розподілі Фермі–Дірака з використанням q-експоненти Цалліса (яка дає звичайну експоненту і розподіл при $q = 1$). Модель-1 випливає з q-деформації фактору Ґіббса як цілого; тоді як модель-2 одержується за два кроки: через представлення фактору Ґіббса у вигляді добутку оберненої величини активності (замість хімічного потенціалу) і експоненційного розподілу одночастинкової енергії, з його подальшою заміною на q-експоненційний розподіл.

Завдяки нетривіальним аналітичним розрахункам, пов'язаним зі спеціальними функціями, і чисельній перевірці показано, що в моделі-1 високотемпературна поведінка питомої теплоємності для $q \neq 1$ суттєво відрізняється від класичної границі, тоді як за низьких температур вона нагадує звичайний ідеальний фермі-газ. З іншого боку, питома теплоємність в моделі-2 відтворює поведінку ідеального фермі-газу за високих температур і цікаво поводиться за низьких температур: або обертається в нуль за скінченної температури, яка визначає нижню межу для системи, або залишається скінченною при абсолютній нульовій температурі (в режимі $q < 1$). Останній випадок свідчить про відхилення від третього начала термодинаміки, що характерно для модифікованих статистик. Його поява випливає з обчисленої енергії системи в розрахунку на одну частинку: вона містить лінійний член за температурою, який зумовлює ненульову теплоємність за нульової температури.

Цю залежність питомої теплоємності при абсолютному нулі температури для різних значень параметра q та степеневого показника s для енергії у виразі для густини станів зображено графічно.

У **четвертому розділі** встановлено зв'язок між параметрами другого віріального коефіцієнта для системи неабелевих еніонів та двопараметричних модифікацій дробових статистик Голдейна–Ву та Поліхронакоса. Отримано значення параметрів вказаних статистик для опису неабелевих еніонів.

Встановлено умови на параметри для забезпечення $q = 1$. Узагальнено виведення виразів для віріальних коефіцієнтів для еніонів з м'якою і твердою серцевиною. Окремий підрозділ присвячено знаходженню параметрів статистики Поліхронакоса на основі віріальних коефіцієнтів моделі двовимірної взаємодіючої фермі-системи з контактною взаємодією.

Дисертаційна робота завершується **Висновками** та **Списком використаних джерел** (137 посилань, серед яких – 6 публікацій авторки).

Обґрунтованість і достовірність наукових положень і висновків дисертаційного дослідження

Результати і висновки дисертації є достатньо обґрунтованими. Це випливає з різнобічних аналітичних і чисельних оцінок. У формулюванні основних результатів та висновків авторка долучає відповідну кількісну та якісну фізичну інтерпретацію виявлених закономірностей.

Достовірність результатів дисертації забезпечена застосуванням загальновизнаних означень шуканих величин в статистичній фізиці і термодинаміці, підтвердженням правильності отриманих аналітично функцій за допомогою чисельних методів, порівнянням і зв'язком з результатами інших авторів, одержаними в граничних випадках. Представлені результати є достатньо переконливими, науково обґрунтованими, а їхній аналіз проведений з урахуванням останніх даних фахової наукової літератури. Додатковим підтвердженням обґрунтованості та достовірності наукових результатів слугують рецензовані публікації авторки та представлення отриманих результатів на наукових конференціях.

Новизна отриманих результатів

1. В модельній системі електрично і магнітозаряджених еніонів в однорідному магнітному полі встановлено вплив еніонного параметра на спектр енергії, другий віріальний коефіцієнт і магнітну сприйнятливість, обчислені в лінійному наближенні за магнітним зарядом. Завдяки отриманим новим поправкам, пропорційним до добутку електричного і магнітного зарядів, виявлено зміну притягальних/відштовхувальних властивостей еніонів.

2. Показано, що відмінність у поведінці отриманих термодинамічних функцій моделі фермі-газу з q-модифікованим статистичним фактором Гіббса з $q \neq 1$ у порівнянні з поведінкою функцій недеформованої моделі (при q=1) проявляється за високих температур. Отже, параметр q імітує у таких фермі-системах додаткову взаємодію, яка впливає на термодинаміку за значної температури.

3. Виявлено, що запропонована для фермі-газу модифікація фактору Ґіббса, записана як добуток оберненої величини активності і q-деформованого розподілу одночастинкової енергії, приводить до фізично нової поведінки термодинамічних функцій за низьких температур. З аналізу обчисленої питомої теплоємності випливає, що параметр q визначає нижню межу дозволених температур, яка стає вищою за абсолютний нуль температур для $q > 1$ і, формально, від'ємною для $q < 1$.

4. Встановлена корисна відповідність між параметрами другого віріального коефіцієнта неабелевих еніонів та двопараметричними модифікаціями статистик Голдейна–Ву і Поліхронакоса. Вказано набір значень параметрів, за яких неабелеві еніони можуть наближено описуватись такими типами статистик. Показано, що фермі-системи з контактною взаємодією ефективно підпорядковуються двопараметричній статистиці Поліхронакоса.

Практична цінність отриманих результатів

Результати дисертаційного дослідження мають теоретичний характер. Вони можуть бути використані для опису і аналізу деяких існуючих і виявлених в майбутньому конденсованих систем і макроскопічних явищ, а також як базис для подальших теоретичних досліджень. Описані кількісно і якісно ефекти можуть сприяти дослідженню метастабільних систем і враховані в проектуванні квантових комп'ютерів.

Теоретичні результати доцільно використати в навчальному процесі при вивченні фізики конденсованого стану, її квантових і статистичних аспектів, та інших напрямках в межах спеціальності 104 «Фізика та астрономія».

Повнота викладу сформульованих у дослідженні наукових положень, висновків і результатів в опублікованих працях

Основні наукові результати дисертаційної роботи викладено в 6 публікаціях, серед яких 4 статті опубліковано в наукових журналах, які індексуються в базах даних Scopus та Web of Science (одна – в журналі Q2, три – в журналах Q3). Окрім того, 5 публікацій засвідчують представлення і апробацію отриманих результатів на наукових конференціях.

Зазначене вище дозволяє стверджувати, що представлена дисертаційна робота є самостійним, завершеним науковим дослідженням, результати якого мають науково-практичне значення для науки і техніки.

Зауваження до роботи

1. Потребує пояснень застосовність рівноважного статистичного опису до моделі еніонів з Розділу 2, енергетичний спектр якої залежить явно від часу. Не вказано тип статистичного ансамблю, який використовується. Було б корисно проаналізувати ентропію для визначення найімовірнішого напрямку еволюції системи зі зміною величини γ з формули (2.19).
2. До наведених способів уведення хімічного потенціалу наприкінці Розділу 3 варто було б додати і розглянути його термодинамічне означення – похідну від енергії за числом частинок.

Відсутність порушень академічної доброчесності

Порушень академічної доброчесності в дисертаційній роботі Богдани Собко та її наукових публікаціях не виявлено.

Загальний висновок

Дисертація Собко Б.Ю. на тему «Термодинамічні функції систем із дробовими статистиками», подана на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 10 «Природничі науки» за спеціальністю 104 «Фізика та астрономія» є завершеним науковим дослідженням, результати якого можуть бути використані для опису макроскопічних властивостей речовин з проявами дробової квантової статистики у широкому діапазоні термодинамічних параметрів. У роботі та наукових публікаціях немає порушень академічної доброчесності. Вважаю, що за актуальністю, новизною, практичним значенням та обсягом результатів дисертаційна робота відповідає вимогам наказу МОН України №40 від 12.01.2017р. «Про затвердження Вимог до оформлення дисертації» (з наступними змінами) та «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України №44 від 12 січня 2022 року, а її авторка, Собко Богдана Юріївна, без сумніву заслуговує присудження їй ступеня доктора філософії в галузі знань 10 «Природничі науки» за спеціальністю 104 «Фізика та астрономія».

Офіційний опонент
провідний науковий співробітник
Інституту теоретичної фізики
ім. М.М. Боголюбова НАН України
доктор фізико-математичних наук Андрій Назаренко