

РЕЦЕНЗІЯ

на дисертацію

Лисецької Олександрю Юріївни

«Компактні та близькі до них напівґратки, напівґрупи та їхні розширення»,
подану на здобуття ступеня доктора філософії
з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика».

Актуальність тематики дослідження

Топологічна алгебра – це розділ математики, який виник на стику двох дисциплін: загальної алгебри та теоретико-множинної топології. Дана дисципліна вивчає вплив, а саме, посилення властивостей, топології на алгебричну структуру, і навпаки, алгебричної структури – на топологічну. Так, зокрема, кожна напівтопологічна гаусдорфова напівґрупа зі скороченнями є топологічною групою, а кожен T_0 -простір топологічної групи є цілком регулярним і кожна локально-компактна T_2 -напівтопологічна група є топологічною групою.

У дисертаційній роботі Лисецької О. Ю. досліджуються властивості близьких до компактних напівтопологічної напівґратки $(\text{exp}_n \lambda, \cap)$, розширення $\mathcal{I}_\lambda^n(S)$ та напівґрупи Гутіка-Михаленича $\mathbf{B}_\omega^{\mathcal{F}_1}$, які є безпосереднім продовженням досліджень її наукового керівника О. Гутіка. Так зокрема, Гутіком було доведено, що на нескінченній напівґрупі матричних одиниць кожна гаусдорфова слабо компактна трансляційно-неперервна топологія є компактною. Також було доведено, що на топологічному λ^0 -розширенні Брандта $B_\lambda^0(S)$ в класі напівтопологічних напівґруп існує єдина компактна (зліченно компактна) трансляційно-неперервна топологія компактного (зліченно компактного) напівтопологічного моноїда. Очевидно також, що властивість напівґрупи мати щільні ряди ідеалів зберігається λ^0 -розширеннями Брандта, а тому виникає задача збереження цієї властивості також іншими розширеннями моноїдів.

Здобувачка Лисецька О. Ю. у дисертаційній роботі «Компактні та близькі до них напівґратки, напівґрупи та їхні розширення» досліджує гаусдорфові трансляційно-неперервні слабо компактні топології на напівґратці $\text{exp}_n \lambda$; алгебричні та топологічні властивості розширень напівґруп симетричними інверсними напівґрупами обмеженого скінченного рангу $\mathcal{I}_\lambda^n(S)$; слабо компактні топології на напівґрупі $\mathbf{B}_\omega^{\mathcal{F}_1}$ у випадку, коли сім'я \mathcal{F}_1 складається з порожньої множини та всіх одноточкових підмножин ординала ω . Вибір теми дослідження цілком виправданий, має важливе теоретичне значення у теорії напівґруп. На мою думку, актуальність роботи не викликає сумніву.

Структура, зміст та основні результати дисертаційної роботи

Загальний обсяг дисертації становить 154 сторінки і складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел зі 194 найменувань та додатка, який містить список публікацій здобувачки за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації.

У вступі наведено загальні відомості про дисертацію, а саме: обґрунтовано актуальність теми, вказано мету, завдання, предмет та об'єкт досліджень, а також наведено відомості про наукову новизну та практичне значення отриманих результатів.

У першому розділі проведений огляд літератури за темою дисертації, зокрема, наведено історичну довідку, мотивацію досліджень, а також сформульовано означення та допоміжні твердження з алгебри та загальної топології.

У другому розділі вивчаються алгебричні та топологічні властивості напівґратки $\text{exp}_n \lambda$. В цьому розділі описано всі напівґраткові топології на $\text{exp}_n \lambda$, у випадку, коли $\text{exp}_n \lambda \in T_1$ -напівтопологічною напівґраткою. Основним результатом розділу є такий: на $\text{exp}_n \lambda$ зліченна пракомпактність еквівалентна d -слабко компактності, а секвенціальна пракомпактність – $\mathcal{D}(\omega)$ -компактності.

Третій розділ присвячений дослідженню напівгрупи $\mathcal{J}_\lambda^n(S)$ – напівгрупового розширення моноїда S симетричною інверсною напівгрупою \mathcal{J}_λ^n . Здобувачка наводить конструкцію даного розширення, описує алгебричну структуру розширення $\mathcal{J}_\lambda^n(S)$ за модулем напівгрупи S (ідемпотенти, регулярні елементи, відношення Гріна), а також вводить поняття сильно щільного ідеального ряду на $\mathcal{J}_\lambda^n(S)$. Підрозділ 3.3 присвячений дослідженню сильно щільних рядів ідеалів на напівгруповому розширенні $\mathcal{J}_\lambda^n(S)$ за модулем моноїда S . У підрозділі 3.4 вивчається топологізація $\mathcal{J}_\lambda^n(S)$, зокрема доведено, що кожного компактного гаусдорфового напівтопологічного моноїда S існує єдине його компактне топологічне розширення $\mathcal{J}_\lambda^n(S)$ у класі гаусдорфових напівтопологічних напівгруп.

Четвертий розділ дисертаційної роботи присвячений дослідженню близьких до компактних топологій на біциклічному розширенні $\mathbf{B}_\omega^{\mathcal{F}_1}$ у випадку, коли сім'я \mathcal{F}_1 складається з порожньої множини та всіх одноточкових підмножин ординала ω . В підрозділі 4.1 наведено означення та основні властивості розширення $\mathbf{B}_\omega^{\mathcal{F}_1}$. Підрозділ 4.2 присвячений дослідженню алгебричні властивостей біциклічного розширення, а підрозділ 4.3 – топологізації. Основним результатом розділу є опис всіх компактних топологій на $\mathbf{B}_\omega^{\mathcal{F}_1}$.

Ступінь обґрунтованості результатів, їхня наукова новизна

У дисертаційній роботі Лисецької О. Ю. «Компактні та близькі до них напівґратки, напівгрупи та їхні розширення» авторкою особисто отримано такі результати:

- Описано всі компактні напівґраткові топології на $\exp_n \lambda$.
- Побудовано некомпактну зліченно компактну Н-замкнену квазірегулярну не напіврегулярну трансляційно-неперервну T_1 -топологію на $\exp_2 \lambda$ та доведено, що напіврегулярна слабо компактна напівтопологічна напівґратка $\exp_2 \lambda$ є компактною топологічною напівґраткою.
- Доведено, що довільна секвенціально пракомпактна T_1 -напівтопологічна напівґратка $\exp_n \lambda$ є $\mathcal{D}(\omega)$ -компактною.
- Описано будову напівгрупового розширення $\mathcal{J}_\lambda^n(S)$ за модулем напівгрупи S та доведено, що для кожного компактного гаусдорфового напівтопологічного моноїда існує його єдине компактне топологічне розширення $\mathcal{J}_\lambda^n(S)$ у класі гаусдорфових напівтопологічних напівгруп.
- Описано алгебричну структуру напівгрупи $B_\omega^{\mathcal{F}_1}$, а також всі компактні топології на цьому біциклічному розширенні.

Усі отримані результати нові та мають строгі доведення.

Зв'язок дисертаційної роботи з державними чи галузевими науковими програмами

Дисертаційна робота Лисецької О. Ю. «Компактні та близькі до них напівґратки, напівгрупи та їхні розширення» виконувалася відповідно до плану наукових досліджень кафедри геометрії і топології (з 2020 року кафедри алгебри, топології та основ математики) механіко-математичного факультету та кафедри математичного моделювання соціально-економічних процесів факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету імені Івана Франка. Результати дисертації частково використані при виконанні завдань держбюджетної теми «Топологія та її застосування у фрактальній геометрії та математичній економіці» (номер державної реєстрації 0116U001537) та теми «Методи розв'язування детермінованих та стохастичних задач локалізацією функціональних невизначеностей» (номер державної реєстрації 0121U110450).

Практичне значення наукових результатів

Отримані у рамках виконання дисертаційної роботи результати носять суто теоретичний характер і можуть бути використані у подальших дослідженнях у топологічній алгебрі та теорії напівгруп.

Особистий внесок здобувача

Результати досліджень, які наведені у дисертаційній роботі, належать авторці і є її науковим доробком. У спільних з науковим керівником публікаціях О. В. Гутіку належать постановка задач, вибір методів досліджень, а також обговорення отриманих результатів.

Повнота викладу матеріалів у роботах, які опубліковані здобувачкою

Основні наукові результати, отримані під час виконання дисертаційного дослідження Лисецької О. Ю. опубліковано в:

- 4 наукових статтях, з яких 3 у журналах, що віднесені до переліку фахових видань України та 1 публікація у науковому виданні віднесеному до третього квартиля (Q3) відповідно до класифікації SCImago Journal Rank;
- 1 статті в журналі, який не входить у перелік фахових видань України;
- 6 збірниках матеріалів доповідей на міжнародних і вітчизняних наукових конференціях.

Це дає право стверджувати, що представлена дисертаційна робота є самостійним, завершеним науковим дослідженням, результати якого мають важливе значення для розвитку теорії топологічних напівгруп та топологічної алгебри.

Відомості про дотримання академічної доброчесності

Ознайомившись із науковими публікаціями та дисертацією «Компактні та близькі до них напівґратки, напівгрупи та їхні розширення» здобувачки О. Ю. Лисецької, відзначаю відсутність порушень академічної доброчесності.

Зауваження до дисертації

Хоча дисертаційне дослідження загалом виконане на достатньо високому рівні, можна вказати декілька зауважень:

1. На сторінках 32⁶, 45_{5,8}, 46₁, 51₃^{6,7}, 58^{8,9} слово «напівґратка» замінити на «напівґратка».
2. Сторінка 37₆ слово «існує» варто замінити на «існують».
3. Сторінка 51⁹. У прикладі 2.1.3 ... напівґратка $(\exp_n \lambda, \tau)$ є лише T_0 -простором
4. Сторінка 66. Лема 2.2.1 пропущена умова на щільний підпростір (дискретний)
5. Сторінка 123⁸. $\mathcal{P}(\omega)$ – сім'я всіх підмножин в ω .
6. Сторінка 135². Не вказано сторінки публікації.

Висновок щодо відповідності дисертації нормам

На мою думку, дисертація здобувачки О. Ю. Лисецької на тему «Компактні та близькі до них напівґратки, напівґрупи та їхні розширення» подана на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика», є завершеним дослідженням, яке присвячене дослідженню компактних та близьких до них трансляційно-неперервних топологій на напівтопологічній напівґратці $\text{exp}_n \lambda$, напівґруповому розширенні $\mathcal{I}_\lambda^n(S)$, а також напівґрупі $\mathbf{B}_\omega^{\mathcal{F}1}$. Робота містить ряд важливих та актуальних досліджень, всі доведення є зрозумілими і логічними. Як у самій дисертації, так і в публікаціях відсутні порушення правил академічної доброчесності.

Вважаю, що за новизною, актуальністю, обсягом та практичним значенням дисертація «Компактні та близькі до них напівґратки, напівґрупи та їхні розширення» відповідає вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України №44 від 12 січня 2022 року, та наказу МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження Вимог до оформлення дисертації» (з наступними змінами), а її авторка, Лисецька Олександра Юріївна, заслуговує присудження їй ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика».

Рецензент:

кандидат фізико-математичних наук,
доцент, декан механіко-математичного
факультету Львівського національного
університету імені Івана Франка

Ігор ГУРАН