

ВИСНОВОК

про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації «Неадитивні міри і їх застосування в теорії рівноваги» здобувача ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика» Сухорукової Христини Олександрівни

1. Актуальність теми дисертації

Функтор ймовірнісних мір у категорії компактних гаусдорфових просторів та інших топологічних категоріях є добре відомим об'єктом дослідження у загальній топології. Він має застосування, зокрема, у класичній теорії рівноваги, зокрема у теоремі існування рівноваги Неша для ігор зі змішаними стратегіями. Ця теорема виконується, коли множини чистих стратегій є скінченними, але також для випадку, коли вони є компактними гаусдорфовими просторами.

В останні десятиліття розглядаються модифікації множин чи просторів змішаних стратегій. Зокрема, Кожан і Зарічний, а також Глікопантіс і Муїр розглядали у такій якості простори напівнеперервних згори ємностей. Також Т. Радул розглядав простори ідемпотентних мір. На цей момент доведено різноманітні теореми рівноваги для ігор зі значеннями в ідемпотентних мірах.

При цьому багато проблем залишаються відкритими, зокрема, проблема перенесення одержаних результатів на нові класи неадитивних мір, а також на випадок ультраметричних (неархімедових) просторів. Крім того, виникає проблема апроксимації рівноваги у змішаних стратегіях рівновагою зі скінченними носіями. Саме тому тематика досліджень є актуальною.

Тему дисертації затверджено на засіданні Вченої ради Львівського національного університету імені Івана Франка, протокол № 58/11 від 28.11.2018.

2. Зв'язок теми дисертації з державними програмами, науковими напрямами університету та кафедри

Дисертаційна робота виконувалася відповідно до плану наукових досліджень кафедри геометрії і топології (з 2020 року кафедри алгебри, топології та основ математики) механіко-математичного факультету Львівського національного університету імені Івана Франка. Результати дисертації частково використані при виконанні завдань держбюджетної теми “Топологічна алгебра

і асимптотична топологія та їх застосування” (номер державної реєстрації 0122U001602).

3. Особистий внесок здобувача в отриманні наукових результатів

Дисертаційна робота є самостійним науковим дослідженням. Основні результати, що виносяться на захист, отримані авторкою самостійно. В опублікованих спільно з науковим керівником працях, М. М. Зарічному належать постановка задач, вибір методів дослідження та обговорення одержаних результатів.

4. Достовірність та обґрунтованість отриманих результатів та запропонованих автором вирішень, висновків, рекомендацій

Дисертаційна робота містить повні та строгі доведення всіх наукових результатів. Матеріали дисертації апробовано на 6-ти міжнародних наукових конференціях, а також на семінарах з топології і її застосуванню у Львівському національному університеті імені Івана Франка. Результати, наведені в дисертації, опубліковано в 3-х наукових статтях, з яких 2 віднесено до переліку наукових фахових видань України, в т. ч. одному науковому виданні, віднесеному до другого квартиля (Q2) відповідно до класифікації SCImago Journal Rank.

5. Ступінь новизни основних результатів дисертації порівняно з відомими дослідженнями аналогічного характеру

У дисертаційній роботі:

- для кожної трикутної норми $*$ систематично досліджено функтор $*$ -мір в категорії компактних гаусдорфових просторів; ця конструкція є узагальненням (перенормованих) ідемпотентних мір, а також \max - \min мір;
- показано можливість апроксимації $*$ -мір мірами зі скінченними носіями;
- побудовано аналог відображення Мілютіна, вперше означеного для ймовірнісних мір, для $*$ -мір;
- побудовано опис $*$ -мір як замкнених множин добутку простору на одиничний сегмент з певними властивостями;
- досліджуються простори $*$ -мір з компактними носіями на ультраметричних (неархімедових) просторах. Одержані результати є поширеннями

результатів, відомих для ймовірнісних мір, ідемпотентних мір, \max - \min мір та ємностей;

- запропонована ультраметризація таких просторів $*$ -мір з компактними носіями; вона визначає локально нерозтягуючий функтор на категорії ультраметричних просторів та нерозтягуючих відображень; доведено збереження функтором $*$ -мір класу повних ультраметричних просторів;
- досліджена структура монади, породженої функтором $*$ -мір з компактними носіями на категорії ультраметричних просторів і нерозтягуючих відображень, і встановлено деякі фундаментальні властивості таких монад;
- наведено приклади неізоморфних монад для різних трикутних норм $*$;
- показано, що структура монади визначає тензорний добуток $*$ -мір з компактними носіями на ультраметричних просторах;
- як застосування в теорії рівноваги означено ігри в $*$ -значних стратегіях і доведено неперервність функцій виплат для цих ігор;
- доведено, що будь-яку рівновагу для ігор у $*$ -значних стратегіях можна апроксимувати майже рівновагами, що складаються з $*$ -мір зі скінченними носіями — аналог результату, відомого для ігор зі змішаними стратегіями (зі значеннями в просторах ймовірнісних мір).

6. Перелік наукових праць, які відображають основні результати дисертації

6.1. Статті у наукових фахових виданнях України:

1. Sukhorukova, Kh., Zarichnyi, M. On spaces of $*$ -measures on ultrametric spaces. *Visnyk of the Lviv University. Series Mechanics and Mathematics*. 90, 76–83 (2021). Особистий внесок здобувача: формулювання та доведення всіх тверджень і теореми 2.

6.2. Публікації у наукових періодичних виданнях, що індексуються у наукометричних базах Scopus та/або Web of Science Core Collection:

2. Sukhorukova, Kh., Zarichnyi, M. On $*$ -measure monads on the category of Ultrametric spaces. *Carpathian Mathematical Publication*. 14(2), 429–436 (2022). (Q2, Scopus, Web of Science) Особистий внесок здобувача: формулювання та доведення всіх тверджень.

3. Sukhorukova, Kh. Spaces of non-additive measures generated by triangular norms. *Matematychni Studii*, 59 (2), 215–224. (2023). (Scopus)

7. Апробація основних результатів дослідження на конференціях, симпозиумах, семінарах тощо

1. Sukhorukova Kh. Categorical properties of functionals generated by the triangular norms In: Book of Abstracts The 14th Summer School "Analysis, Topology, Algebra and Applications" p. 34. Pidzakharychi, Chernivtsi Region, Ukraine, August 10 — 20, 2019.
2. Сухорукова Х. О. Функтори в категорії компактів, породжені трикутними нормами. In: Тези доповідей XV Міжнародної наукової конференції студентів та молодих вчених «Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках та інформаційних технологіях», ст. 9. Хакрівський національний університет імені В.Н.Каразіна, Харків, 13–14 Березня 2020.
3. Sukhorukova Kh. On idempotent measures and functionals generated by triangular norms In: Abstracts of Contemporary Mathematics in Kielce. Kielce, Poland, February 24 — 27, 2021.
4. Sukhorukova Kh. Ultrametric spaces of $*$ -measures. In: Book of Abstracts International Online Conference Algebraic and Geometric Methods of Analysis dedicated to the memory of Yuriy Trokhymchuk, p. 147, May 25-28, 2021.
5. Sukhorukova Kh., Zarichnyi M. On $*$ -measures on ultrametric spaces. In: Program and abstracts of 25th Christmass discussion, p. 3-4. Lviv, January 11-12, 2022.
6. Zarichnyi M., Mazurenko N., Sukhorukova Kh. On (in)homogeneous fractals generated by $*$ -measures. In: Abstracts of the International online conference "Current Trends in Abstract and Applied Analysis", p. 55. Ivano-Frankivsk, Ukraine, May 12 – 15, 2022.
7. Sukhorukova Kh. On K -ultrametrics and $*$ -measures. In: International Scientific Conference Devoted to 160 anniversary of Dvytro Grave (25.08.1863 – 19.12.1939), p. 113. Odesa, Ukraine, May 29 – June 1, 2023.

8. Наукове значення виконаного дослідження із зазначенням можливих наукових галузей та розділів програм навчальних курсів, де можуть бути застосовані отримані результати

Результати дисертації мають теоретичний характер і можуть бути застосовані у теорії рівноваги.

9. Практична цінність результатів дослідження із зазначенням конкретного підприємства або галузі, де вони можуть бути застосовані

Отримані результати можуть бути використані в математичних дослідженнях в таких ЗВО: Херсонському державному університеті, Харківському національному університеті імені Василя Каразіна, Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника, які є осередками науково-дослідницької діяльності в дослідженні неадитивних мір та теорії рівноваги.

10. Оцінка структури дисертації, її мови та стилю викладення

Дисертація за структурою, мовою та стилем викладення відповідає вимогам МОН України.

Дисертацію заслухано та обговорено на науковому семінарі кафедри алгебри, топології та основ математики механіко-математичного факультету Львівського національного університету імені Івана Франка (протокол № 12 від 29 червня 2023 року). У ході обговорення дисертації суттєвих зауважень, які стосуються суті роботи, не було висунуто.

Дисертація Сухорукової Христини Олександрівни «Неадитивні міри і їх застосування в теорії рівноваги» є завершеною науковою працею в рамках поставлених задач.

На основі вищесказаного можна зробити такі висновки щодо поданої дисертаційної роботи:

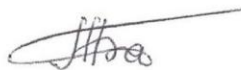
1. За актуальністю обраної теми, обсягом, достовірністю та рівнем апробації отриманих результатів, науковою новизною, обґрунтованістю висновків, практичною цінністю дисертаційна робота «Неадитивні міри і їх застосування в теорії рівноваги» відповідає вимогам наказу МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» та п. 6 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 року № 44.

2. Дисертація відповідає спеціальності 111 «Математика» (галузь знань 11 «Математика та статистика»).

3. Наукові праці Сухорукової Христини Олександрівни, опубліковані за результатами дисертаційної роботи, за кількістю та якістю відповідають пп. 8-9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 року № 44.

4. Дисертація «Неадитивні міри і їх застосування в теорії рівноваги» Сухорукової Христини Олександрівни рекомендується для подання до розгляду та захисту у спеціалізованій вченій раді.

Головуючий на засіданні наукового семінару,
завідувач кафедри алгебри, топології та
основ математики
д-р фіз.-мат. наук, проф.



Тарас БАНАХ

29 червня 2023 року

Підпис проф. Банаха Т. О. засвідчую.

Вчений секретар
Львівського національного
університету імені Івана Франка,
доц.



Ольга ГРАБОВЕЦЬКА