

До разової спеціалізованої ради ДФ 35.051.114
Львівського національного університету
імені Івана Франка
м. Львів, вул. Університетська, 1

РЕЦЕНЗІЯ

на дисертацію

Сухорукової Христини Олександрівни
«Неадитивні міри та їх застосування в теорії рівноваги»,
подану на здобуття ступеня доктора філософії
з галузі знань 11 «Математика та статистика»
за спеціальністю 111 «Математика».

Одним з перших важливих класів неадитивних мір були ємності в сенсі Г. Шоке. Згодом топологічні та категорні аспекти ємностей досліджували Lin Zhou, М. Зарічний та О. Никифорчин. Застосування напівнеперервних згори ємностей до теорії рівноваги розглядали різні автори, зокрема Глікопантіс, Муїр, Кожан, Т. Радул.

Нові класи неадитивних мір виникали в ідемпотентній математиці, тобто, у розділі математики, де одна з арифметичних операцій замінюється на ідемпотентну операцію, наприклад, операцію максимуму чи мінімуму. Аналогами ймовірнісних мір у ідемпотентній математиці є ідемпотентні міри та \max - \min міри. Їх вивченням займалися, крім вище згаданих авторів, В. Бридун, Д. Реповш, О. Савченко, Заїтов, Ходултаєв, Н. Мазуренко, О. Губаль, Ф. Стробін та ін.

У теорії нечітких метричних просторів використовується поняття трикутної норми (t -норми у іншій термінології). Авторка дисертації використовує трикутні норми для означення широкого класу неадитивних мір. Дослідженню категорних, топологічних і метричних властивостей таких мір, їхніх застосуванням присвячена дисертація Христини Сухорукової. На мою думку, наведена вище аргументація підтверджує актуальність дисертації.

Дисертація містить огляд публікацій, що стосуються її теми, анотацію до дисертації, вступний розділ, де наведена термінологія, три розділи оригінальних досліджень, а також висновки та список публікацій авторки за темою дисертації.

У вступі обґрунтовано актуальність теми, наведено мету, завдання, предмет, об'єкт та методи дослідження, зазначено наукову новизну, практичне значення отриманих результатів, зв'язок роботи з державною науково-дослідницькою темою, особистий внесок здобувача, апробацію та публікації основних результатів дисертації.

У другому розділі наводиться поняття $*$ -міри на компактному просторі для кожної трикутної норми $*$. Зазначимо тут, що поняття трикутної норми охоплює такі напівгрупи, як $([0,1], \max)$, $([0,1], \cdot)$, $[0,1]$ з операцією Лукасевіча, а також їхні порядкові суми. Іншими словами, клас $*$ -мір достатньо широкий.

Множина всіх $*$ -мір на компактному гаусдорфовому просторі наділяється топологією слабкої збіжності. Отриманий простір є компактным гаусдорфовим, а конструкція визначає функтор у категорії компактних гаусдорфових просторів. Встановлюються властивості цього функтора, зокрема доводиться попарна ізоморфність функторів $*$ -мір для різних трикутних норм $*$.

Важливим результатом є зображення просторів $M^*(X)$ всіх $*$ -мір у вигляді певних гіперпросторів $\bar{M}(X)$ підмножини $X \times [0,1]$.

Поряд з теорією функторів категорії компактних гаусдорфових просторів, яка достатньо добре досліджена упродовж останніх десятиліть, розвивалася також теорія функторів у категоріях топологічних (наприклад, тихоновських, метризованих) та метричних (зокрема, ультраметричних) просторів.

У третьому розділі побудовано та досліджено ультраметризацію множин $*$ -мір з компактними носіями на ультраметричних просторах. Доведено, що отриманий при цьому функтор на категорії ультраметричних просторів та нерозтягуючих відображень є локально нерозтягуючим у тому сенсі, що він зберігає відстань між морфізмами.

Одним з важливих результатів цього розділу є теорема 3.2.9 про те, що функтор $*$ -мір з компактними носіями зберігає клас повних ультраметричних просторів.

У четвертому розділі досліджуються монади на категорії ультраметричних просторів та нерозтягуючих відображень, породжені функторами M^* $*$ -мір з компактними носіями. Наведено приклади, які показують, що монади, породжені ізоморфними функторами M^* для різних трикутних норм $*$, можуть бути неізоморфними.

Структура монади дає змогу використати функтори $*$ -мір у теорії ігор, зокрема для означення функцій виплат для $*$ -мірозначних стратегій. Доведено, що функція виплат для таких ігор неперервна. Одним з основних результатів розділу є теорема апроксимації рівноваг ε -рівновагами зі скінченними носіями. Для ігор зі змішаними компактними стратегіями такий результат довели Глікопантіс і Муїр.

Текст дисертації в цілому відповідає усталеним вимогам до наукових текстів, хоча трапляються стилістичні і граматичні помилки:

- Частина зауважень стосується термінології (повинно бути «замкнених» замість «закритих», «обернений» замість «зворотній»).
- При перекладі з англійського тексту статей авторки подекуди зберігається англійська форма побудови речень.
- На стор. 52 – помилка у використанні програми Tex: написано μ замість $\backslash\mu$.
- На стор. 35, 59 пропущено номери посилань.
- Позначення supr та exr подаються різними шрифтами у тексті дисертації.
- У тексті бачимо різнобій у термінології, наприклад: «хаусдорфовий простір», «гаусдорфовий простір», «компактний за Хаусдорфом» і т.п.

Однак, ці зауваження не впливають на розуміння дисертації.

У самому тексті дисертації і в публікаціях за темою дисертації відсутні порушення правил академічної доброчесності.

Вважаю, що за новизною, актуальністю, обсягом та практичним значенням дисертація «Неадитивні міри та їх застосування в теорії рівноваги» відповідає вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України №44 від 12 січня 2022 року, та наказу

МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження Вимог до оформлення дисертації» (з наступними змінами), а її авторка, Сухорукова Христина Олександрівна, заслуговує присудження їй ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика».

Рецензент:

кандидат фізико-математичних наук,
доцент, доцент кафедри алгебри, топології
та основ математики
Львівського національного
університету імені Івана Франка

Олег ГУТІК