

До разової спеціалізованої ради ДФ 35.051.114
Львівського національного університету
імені Івана Франка
м. Львів, вул. Університетська, 1

РЕЦЕНЗІЯ

на дисертацію

Сухорукової Христини Олександрівни
«Неадитивні міри та їх застосування в теорії рівноваги»,
подану на здобуття ступеня доктора філософії
з галузі знань 11 «Математика та статистика»
за спеціальністю 111 «Математика».

Систематичне дослідження функторів у категорії топологічних просторів та її підкатегорій веде свої початки від класичних конструкцій добутку, гіперпростору, симетричних добутків, просторів мір та ін. В останні десятиліття поряд з функторами ймовірнісних мір розглядалися також його неадитивні модифікації: функтори ємностей, ідемпотентних мір та \max - \min мір. При цьому функтор напівнеперервних зверху ємностей, запроваджений Lin Zhou, тісно пов'язаний з поняттям ємності, означений Шоке. У дисертації Христини Сухорукової вводиться і досліджується новий клас неадитивних мір. Він задається за допомогою поняття трикутної норми, яке використовується для означення розмитих метричних просторів. Для кожної трикутної норми одержується поняття $*$ -міри як функціонала на множині неперервних функцій на просторі $C(X, [0,1])$. Доведено, що ця конструкція задає коваріантний функтор M^* на категорії $Cont$ компактних гаусдорфових просторів та неперервних відображень, і властивості цього функтора аналогічні до властивостей згаданих вище функторів гіперпростору, ймовірнісних та ідемпотентних мір, симетричних добутків і т.п.

Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 81 найменування та додатку з описом публікацій та участі у конференціях. Загальний обсяг роботи – 105 сторінок. Зміст дисертаційної роботи, її логічне викладення відповідає поставленим завданням дослідження. Рукопис дисертації характеризується завершеністю щодо вирішення поставленої мети.

Одним з основних результатів дисертації є експоненціальне зображення функтора M^* ; воно дає змогу встановити попарний ізоморфізм функторів M^* для різних трикутних норм.

З загальної теорії функторів у категорії компактів випливає, що функтор M^* має продовження на категорію метризованих просторів. Один з розділів дисертації присвячений побудові ультраметрики на множині $*$ -мір з компактними носіями на ультраметричному просторі. Ця ультраметрика є аналогом ультраметрик на просторах ймовірнісних мір, ідемпотентних мір, та ін. Вона означається за допомогою напівгрупи функцій на ультраметричних просторах, сталих на кулях радіуса r , для $r > 0$. Така ультраметризація множини $M^*(X)$ усіх $*$ -мір з компактними носіями на ультраметричному просторі X визначає функтор M^* на категорії ультраметричних просторів та нерозтягуючих відображень.

Одним з основних результатів розділу є доведення властивості локальної нерозтягнутості для функтора M^* . Нагадаємо, що локальну нерозтягнутість функтора ймовірнісних мір з компактними носіями встановили Гартог і де Вінк. Ще один результат цього розділу є аналогом повноти ультраметричного простору ймовірнісних мір з компактними носіями на повному ультраметричному просторі (Гартог-де Вінк): простір $M^*(X)$ повний, якщо повний ультраметричний простір X .

У останньому розділі дисертації досліджено поняття монади на категорії ультраметричних просторів, породженої функторами M^* . Нагадаємо, що монада складається з ендфунктора в категорії та природних перетворень одиниці і множення, які задовольняють властивості двосторонності одиниці і асоціативності множення. У дисертації доведено, що незважаючи на попарну ізоморфність функторів M^* для різних трикутних норм, монади, породжені цими функторами, можуть бути неізоморфні.

Структура монади дає змогу означити тензорний добуток $*$ -мір. У свою чергу, за допомогою тензорного добутку можна означити функцію виплат для $*$ -мірозначних стратегій для ігор на ультраметричних просторах. Одним з основних результатів дисертації є теорема про наближення рівноваги у $*$ -мірозначних стратегіях зі скінченними носіями. Треба відзначити, що розгляд ігор з неадитивними мірозначними стратегіями є трендом у розвитку теорії ігор в останні десятиліття.

Цей огляд результатів дисертації підтверджує актуальність тематики та новизну її результатів.

Текст дисертації в основному задовільний. Однак, відзначимо деякі недоліки:

- подекуди зустрічаються англійські слова (наприклад, стор. 42: symmetry, strong triangle ect.);

- пропущено фігурні дужки у формулюванні Твердження. 2.1.8.;
- авторка пише «зворотня система», замість «обернена система»;
- потворено деякі означення.

Ці та інші недоліки не впливають на розуміння дисертації.

Ознайомившись із науковими публікаціями та дисертацією «Неадитивні міри та їх застосування в теорії рівноваги» здобувачки Х. О. Сухорукової, відзначаю відсутність порушень академічної доброчесності.

На мою думку, дисертація здобувачки Х. О. Сухорукової на тему «Неадитивні міри та їх застосування в теорії рівноваги», подана на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика», є завершеним дослідженням.

Вважаю, що за новизною, актуальністю, обсягом та практичним значенням дисертація «Неадитивні міри та їх застосування в теорії рівноваги»,» відповідає вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України №44 від 12 січня 2022 року, та наказу МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження Вимог до оформлення дисертації» (з наступними змінами), а її авторка, Сухорукова Христина Олександрівна, заслуговує присудження їй ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика».

Рецензент:

Доктор фізико-математичних наук,
професор, професор кафедри алгебри,
топології та основ математики
Львівського національного
університету імені Івана Франка

Тарас РАДУЛ

Підпис проф. Радула Т.М. засвідчую.
Вчений секретар
Львівського національного
університету імені Івана Франка

доц. Ольга ГРАБОВЕЦЬКА