

До спеціалізованої вченої ради ДФ 35.051.114
у Львівському національному
університеті імені Івана Франка
79000, м. Львів, вул. Університетська, 1

ВІДГУК

офіційного опонента, доктора фізико-математичних наук, доцента,
завідувача кафедри алгебри та геометрії
Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника
Никифорчина Олега Ростиславовича
на дисертаційну роботу **Сухорукової Христини Олександрівни**
«Неадитивні міри та їх застосування в теорії рівноваги»,
представлену на здобуття ступеня доктора філософії
з галузі знань 11 «Математика та статистика»
за спеціальністю 111 «Математика»

Інтерес до неадитивних мір, дослідження яких йде ще від теорії ємностей Шоке, в останні десятиліття мотивований також застосуваннями таких мір у теорії ігор математичній економіці. Топологічні, метричні та категорні аспекти неадитивних мір вивчали різні автори, серед яких відзначимо О. Губаль, М. Зарічного, Т. Радула, О. Савченка, В. Валова (V. Valov) та інші.

Виявилися зв'язки теорії неадитивних мір, зокрема ідемпотентних мір, з теоріями опуклості, зокрема з теорією \max -плюс опуклих та \max - \min опуклих множин і функцій.

О. Губаль і М. Зарічний досліджували ультраметричні простори неадитивних мір.

О. Савченко розглянув неадитивні міри в контексті теорії розмитих метричних просторів.

Поняття розмитого метричного простору використовує поняття трикутної норми. Неформально кажучи, трикутні норми є заміниками операції додавання в теорії ймовірнісних метричних просторів. Трикутні норми є важливим інгредієнтом в означенні основного об'єкта дослідження в дисертації Христини Сухорукової – просторів $*$ -мір. Як видно зі сказаного вище, тематика дисертації є актуальною і лежить в руслі сучасних наукових досліджень.

Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 81 найменування та додатку з описом публікацій та участі у конференціях. Загальний обсяг роботи – 105 сторінок. Зміст дисертаційної роботи, її логічне викладення відповідає поставленим завданням дослідження.

Крім допоміжних розділів з оглядом літератури, допоміжними означеннями та результатами, дисертація містить три розділи оригінальних досліджень.

Перший з них присвячений основам теорії $*$ -мір, де $*$ - деяка трикутна норма. Означення $*$ -міри подається у вигляді функціонала на просторі $C(X[0,1])$ неперервних функцій з полем гаусдорфового простору X в одиничний відрізок. Для скінченних просторів X можна дати повний опис таких функціоналів. У загальному випадку показано, що кожна $*$ -міра є неперервним відображенням на $C(X[0,1])$.

Простір $M^*(X)$ усіх $*$ -мір наділяється топологією слабкої збіжності і є компактним гаусдорфовим, якщо таким є X . Більше того, уся конструкція M^* визначає функтор на категорії компактних гаусдорфових просторів і неперервних відображень.

Дослідження цього функтора за межами нульвимірних просторів відбувається за допомогою більш-менш відомої техніки аналогів відображень Мілютіна. Такий аналог будується в дисертації.

Один з важливих результатів розділу є опис $*$ -мір в термінах гіперпросторів добутків $X \times [0,1]$, елементами яких є множини зі спеціальними властивостями.

Цей факт, зокрема, дає змогу встановити ізоморфізм функторів M^* для різних трикутних норм $*$.

Текст дисертації в основному відповідає науковому стилю. Трапляються, однак, стилістичні помилки. Деякі означення повторюються – правдоподібно, для зручності читачеві.

Деякі результати, які одержуються за аналогією, можна було би без особливих зусиль додати до дисертації. Для прикладу, функтор M^* можна було би розглядати не лише на категорії ультраметричних просторів та нерозтягуючих (тобто, 1 – ліпшицевих) відображень, але також і на категорії ультраметричних просторів та ліпшицевих відображень. Це зауваження також стосується монад.

У розділі 3 варто було би згадати про ультраметризацію просторів вигляду $F(X)$, де F – деякий функтор на категорії (скінченних) метричних просторів; див. статті О. Шукель, а також.

Розділ 3 присвячений $*$ -мірам з компактними носіями на ультраметричних просторах. Запропоновано ультраметризацію просторів $*$ -мір, яка є аналогом ультраметризації просторів ймовірнісних мір (Hartog, de Vink), ідемпотентних мір (Губаль, Зарічний), ємностей (Губаль).

Доведено, що конструкція M^* визначає функтор на категорії ультраметричних просторів і нерозтягуючих відображень. Доведено, що такий функтор є локально нерозтягуючим у тому сенсі, що він не збільшує скінченну відстань між відображеннями.

Також одним з основних результатів розділу є доведення властивості збереження повноти ультраметричних просторів функтором M^* .

Усі отримані у дисертаційній роботі результати є новими, а їх доведення не викликають сумніву.

Результати дисертаційної роботи неодноразово доповідалися на міжнародних конференціях, а також семінарах з топологічної алгебри та теорії напівгруп. Основні результати опубліковано в трьох статтях (одна – одноосібна), з яких дві віднесено до переліку наукових фахових видань України, в тому числі одному науковому виданні, віднесеному до другого квартиля (Q2) відповідно до класифікації SCImago Journal Rank.

Дисертаційне дослідження виконано Сухоруковою Х. О. самостійно. Основні теоретичні положення та розробки, що характеризують наукову новизну дослідження, теоретичне значення його результатів, отримані здобувачкою особисто. Випадків порушення академічної доброчесності, зокрема плагіату, у дисертаційній роботі Сухорукової Х. О. не виявлено.

Дисертація оформлена відповідно до вимог Міністерства освіти і науки України, які висуваються до такого роду наукових робіт.

Дисертаційна робота Сухорукової Х. О. “Неадитивні міри та їх застосування в теорії рівноваги” є завершеним, цілісним та самостійним дослідженням, яке має теоретичний характер. Усі результати дисертації отримані здобувачкою самостійно. Вони мають складні оригінальні доведення, причому при доведенні використані не лише методи загальної топології, а й теорії категорій та функціонального аналізу. Отримані результати та методи можуть бути використані та застосовані в загальній топології, теорії опуклості та теорії ігор.

Вважаю, що за новизною, актуальністю, обсягом та практичним значенням дисертація відповідає вимогам наказу МОН України №40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження Вимог до оформлення дисертації» (з наступними змінами) та «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України №44 від 12 січня 2022, а її авторка, Сухорукова Христина Олександрівна, заслуговує присудження їй ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 «Математика».

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук,
доцент, завідувач кафедри
алгебри та геометрії
Прикарпатського національного університету
імені Василя Стефаника

Олег НИКИФОРЧИН