

До спеціалізованої вченої ради ДФ 35.051.126
у Львівському національному
університету імені Івана Франка
79000, м. Львів, вул. Університетська, 1

ВІДГУК

офіційного опонента, доктора фізико-математичних наук,
доцента, завідувача кафедри алгебри та геометрії
Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника
Никифорчина Олега Ростиславовича
на дисертаційну роботу **Мокрицького Тараса Володимировича**
«Напівгрупи часткових порядкових ізоморфізмів частково впорядкованих
просторів», представлену на здобуття ступеня доктора філософії
з галузі знань 11 «Математика та статистика»
за спеціальністю 111 «Математика»

Біциклічний моноїд, введений Є. Ляпіним у 1946 році, відіграв важливу роль у теорії напівгруп. На його основі доведено ряд структурних теорем, зокрема теорема Андерсена, коли проста напівгрупа є цілком простою, а також теорема Уорне-Рейлі про структуру регулярних біпростих ω -напівгруп. Багато конструкцій в теорії напівгруп побудовано на основі біциклічного моноїда, зокрема конструкції Брука та Брука-Рейлі занурення напівгруп у прості напівгрупи та інші. Точні зображення біциклічного моноїда частковими біективними перетвореннями неодноразово спонукали членів Львівської школи з теорії напівгруп досліджувати напівгрупи часткові перетворення, властивості яких близькі до біциклічного моноїда або його точних зображень.

Дисертаційна робота «Напівгрупи часткових порядкових ізоморфізмів частково впорядкованих просторів» Тараса Мокрицького присвячена вивченню алгебричних властивостей напівгрупи $IPF(\mathbb{N}^n)$ порядкових ізоморфізмів головних фільтрів скінченного степеня натуральних чисел і напівгрупи $IPF({}^k\mathbb{N})$ порядкових ізоморфізмів головних фільтрів k степеня натуральних чисел, для довільного нескінченного кардинала k . Ці напівгрупи є узагальненнями біциклічного моноїда. Автор досліджує чи мають ці напівгрупи властивості близькі до властивостей біциклічного моноїда, а також досліджує топологізацію напівгрупи $IPF(\mathbb{N}^n)$ та описує її замикання в певних класах напівтопологічних напівгруп.

Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків, а також містить список із 107 використаних джерел і додаток, який описує

публікації автора та його участь у конференціях. Увесь текст дисертаційної праці займає 120 сторінок. Зміст дисертації та її логічна структура повністю відповідають цілям дослідження.

У вступі детально розкривається актуальність теми, визначено основну мету та завдання дослідження, окреслено предмет та об'єкт вивчення, а також використані методи дослідження. Також зазначено наукову новизну роботи і практичне значення отриманих результатів. Вказано зв'язок дисертації з державною науково-дослідницькою темою, особистий внесок здобувача та інформацію про апробацію і публікації основних результатів дисертації.

Перший розділ містить мотивацію досліджень і гарний історичний опис теорії напівгруп та підрозділ, в якому сформульовано означення і допоміжні твердження з алгебри та загальної топології, що використовуються впродовж всього тексту.

Другий розділ присвячений вивченню алгебричних властивостей і структури напівгрупи $IPF(\mathbb{N}^n)$ порядкових ізоморфізмів головних фільтрів скінченного степеня натуральних чисел. Зокрема, теорема 2.1.18 стверджує, що ця напівгрупа ізоморфна напівпрямому добутку $S_n \times \mathbb{B}^n$ прямого n -го степеня біциклічного моноїда групою підстановок S_n і теорема 2.1.20 стверджує, що фактор-напівгрупа $IPF(\mathbb{N}^n)/c_{mg}$ по мінімальній груповій конгруенції c_{mg} ізоморфна напівпрямому добутку $S_n \times \mathbb{Z}_+^n$ групи \mathbb{Z}_+^n групою S_n .

Третій розділ присвячений дослідженню топологізації напівгрупи $IPF(\mathbb{N}^n)$. Він поділений на два підрозділи. У підрозділі 3.1 доведено, що кожна гаусдорфова трансляційно-неперервна топологія на напівгрупі $IPF(\mathbb{N}^n)$ є дискретною, а також в цьому підрозділі досліджується вкладення моноїда $IPF(\mathbb{N}^n)$ у простори близькі до компактних. Підрозділ 3.2 присвячено доведенню теореми 3.2.10, яка стверджує, що кожна недискретна гаусдорфова локально компактна трансляційно-неперервна топологія τ на напівгрупі $IPF(\mathbb{N}^n)$ з приєднаним нулем збігається з одноточковою компактифікацією Александрова зліченного дискретного простору.

Четвертий розділ присвячений вивченню алгебричних властивостей і структури напівгрупи $IPF({}^k\mathbb{N})$ порядкових ізоморфізмів головних фільтрів k степеня натуральних чисел, для довільного нескінченного кардинала k . Зокрема, теорема 4.1.13 стверджує, що напівгрупа $IPF({}^k\mathbb{N})$ ізоморфна напівпрямому добутку $S_k \times {}^k\mathbb{B}$ прямого k кодобутку біциклічного моноїда ${}^k\mathbb{B}$ групою бієкцій S_k кардинала k і теорема 4.1.16 стверджує, що фактор-напівгрупа $IPF({}^k\mathbb{N})/c_{mg}$ по мінімальній груповій конгруенції c_{mg} ізоморфна

напівпрямому добутку $S_k \times {}^k\mathbb{Z}_+$ прямого k кодобутку адитивної групи цілих чисел ${}^k\mathbb{Z}_+$ групою бієкцій S_k кардинала k .

Усі отримані у дисертаційній роботі результати є новими, цікавими і строго доведеними.

Отримані результати доповідались на семінарах з теорії напівгруп та топологічної алгебри і на міжнародних конференціях. Основні результати цієї роботи були опубліковані у трьох наукових статтях, дві з яких написані автором самостійно. Усі статті входять до списку фахових видань, затверджених Міністерством освіти і науки України, причому одна з них опублікована у виданні, який входить до міжнародної наукометричної бази Scopus і класифікується у другому квартилі Q2 за системою оцінки SCImago Journal and Country Rank.

У дисертації не виявлено жодних випадків порушення академічної доброчесності, зокрема плагіату.

Дисертація оформлена відповідно до вимог Міністерства освіти і науки України, які висуваються до такого роду наукових робіт.

Робота структурована та добре оформлена стилістично. Проте в ній містяться деякі недоліки та описки технічного характеру:

- 1) зауваження 1.2.5 краще сформулювати як твердження;
- 2) описка на с. 40 в рядках 7, 8 та 16 у словах «відритим», «відритими» та «відритою», має бути «відкритим», «відкритими» та «відкритою»;
- 3) слово «з» є зайвим на с. 52 у рядку 15 в реченні «Тепер за з означення моноїда ...»;
- 4) описка в слові «обенений» на с. 58₃;
- 5) на с. 91¹² описка в слові «відобрежень».

Дисертаційна робота Мокрицького Т. В. «Напівгрупи часткових порядкових ізоморфізмів частково впорядкованих просторів» є завершеним, цілісним та самостійним дослідженням, яке має теоретичний характер. Усі результати дисертації отримані здобувачем самостійно. Вони мають складні оригінальні доведення. Отримані результати можуть бути використані та застосовані в теорії напівгруп та топологічній алгебрі.

Вважаю, що за новизною, актуальністю, обсягом та практичним значенням дисертація відповідає вимогам наказу МОН України №40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження Вимог до оформлення дисертації» та

«Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України №44 від 12 січня 2022, а її автор, Тарас Володимирович Мокрицький, заслуговує присудження йому ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 «Математика».

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук,
доцент, завідувач кафедри
алгебри та геометрії
Прикарпатського національного університету
імені Василя Стефаника

Олег НИКИФОРЧИН